# Kosmographische Nachrichten und Sammlungen auf das Jahr 1748 ...

Krauß, Johann Paul

Wien, 1750



Persistent Link: https://doi.org/10.3931/e-rara-2770

## IV. Abhandlung über die Umwälzung des Monds um seine Axe, und die scheinbare Bewegung der Mondsflecken.

IV.

# Abhandlung
über
# die Umwälzung des Monds um seine Axe/
## und die scheinbare Bewegung der Mondsflecken.

Worinnen
der Grund einer verbesserten Mondsbeschreibung aus neuen Beobachtungen geleget wird.

Von Tob. Mayer.

Erster Theil.

## Der erste Abschnitt.
### Von dem Nutzen einer genauen Mondsbeschreibung überhaupt.

Ich werde in den gegenwärtigen Blättern die Bewegung des Monds um seine Axe erklären, und mich bemühen, die wahre Ursache von den Erscheinungen zu geben, die daraus zu entstehen pflegen: Einen Theil der Sternkunde, der meines Erachtens bisher noch nicht gehörig untersucht worden, ob er wohl seines Nutzens halber eine mehrere Aufmerksamkeit verdienet hätte. Ich lege hier den Grund zu einer genauen und vollständigen Mondsbeschreibung, und schreibe Regeln vor, wodurch man den Stand der Mondsflecken auf eine jede Zeit zu bestimmen vermögend seyn wird.

Ein Mensch der niemals aus seiner Vaterstadt gekommen ist, und sich keine Mühe gibt, durch Reisbeschreibungen, Zeitungen u. d. g. von andern Oertern Nachricht zu bekommen, der wird sich von der allgemeinen Oekonomie des Erdbodens, von der Lebensart seiner Einwohner, von dem Zustande der Handelschaft, von der Einrichtung des Regiments, des Gottesdienstes u. s. w. sehr elende Begriffe machen, und allen Vortheil entbehren, den ein anderer aus Reisen und Kenntniß anderer Oerter schöpfet. Die Sterngelehrten, deren Wissenschaft es erfodert, sich um die Einrichtung des ganzen Weltgebäudes zu bekümmern, befinden sich wirklich in eben dergleichen schlechten Umständen in Ansehung der Himmelskörper. Von der Erde, die mit darunter gehöret, haben sie die allergenaueste Kenntniß, weil sie ihnen am nächsten ist: Von den übrigen ist es ihnen genug, wenn sie sagen, daß solche der Erde ähnlich seyen. Welches nicht viel mehr gesagt ist, als wenn mich jemand versichern wollte, es seyen auf der Erde noch mehr Oerter, die eben so, wie Nürnberg, Städte genennet werden. Unsere Erde drehet sich in 24 Stunden um ihre Axe, und diese Bewegung ist gleichförmig; ihr Aequator macht mit der Bahn, die sie jährlich durchlauft, eine Neigung von 23½ Graden; und der Ort wo diese beyden Flächen einander durchschneiden, verändert sich jährlich um 50 Sekunden; unsre Sonnenjahre halten etwas über 365 Tage, binnen welcher Zeit wir auf derselben eine ordentliche Abwechslung des Sommers und Winters wahrnehmen; noch mehr, wir können die Lage der Oerter auf der Erde vermittelst der geographischen Länge und Breite bestimmen, und schaffen uns grossen Nutzen damit, indem wir dadurch die Stellung des Himmels für jeden solchen Ort besonders ausrechnen können, wir sind dadurch im Stande, unsre Erde mit allen ihren Ländern, Meeren, Flüßen rc. auf dem Papier ins Kleine zu entwerfen, und Karten darüber zu verfertigen: Wie ist es aber mit allen diesen Dingen im Saturn, im Jupiter rc. im Monde beschaffen? Ich weiß, daß ein Sternkündiger auf diese Frage entweder nur mit Unwissenheit, oder wenigstens mit Ungewißheit zu antworten fähig ist. Bey einigen Planeten verhindert ihn zwar die allzugrosse Entfernung, und die Unzulänglichkeit unsrer Instrumente. Bey andern hingegen, und sonderlich bey dem Mond, hat es seit der Entdeckung der Ferngläser an nichts, als Geschicklichkeit, Mühe und Fleiß gefehlet. Und wir entbehren deshalben eine Sache, die, wenn sie auch nichts nützte, nur deswegen hoch zu schätzen wäre, weil sie die menschliche Erkenntniß erweitert. Allein, sie hat auch ihren wirklichen und sehr merklichen Nutzen.

Der Mond ist ein Himmelskörper, der unsrer Erde gleichsam eigen zugehöret, und der zu dem Nutzen ihrer Einwohner vor allen andern insbesondere scheinet bestimmt zu seyn. Je genauer man denselben kennet, je offenbarer und allgemeiner wird der daraus zu hoffende Vortheil seyn. **Newton** hat von dem Monde die erste Gelegenheit genommen, das Gesetz der allgemeinen Schwere zu entdecken, eine Sache, die von der größten Wichtigkeit und von dem weitesten Umfange ist. Heutzutage, da man mit mehrern Hülfsmitteln zur Rechnung versehen ist, hat man gefunden, daß diese Newtonische Theorie über die Schwere, dem Mondslaufe kein völliges Genügen leiste. Vielleicht lässet sie sich glücklich durch eben dieses Gestirn verbessern, wenn man ihm in allen seinen Bewegungen besser mit der Erfahrung nachspühret. Die Bewegung, die ich hier abhandle, vermehret die Anzahl der Fälle, mit welchem die Theorie übereinstimmen muß, und dienet folglich sie vollkommener zu machen.

Man weiß über dieses, mit welchem Fortgange die Sternkündiger sich der Flecken im Monde bey den Mond- und Sternfinsternissen bedienen, seitdem **Riccioli** und **Hevel** Beschreibungen davon gegeben haben. Der allgemeine Beyfall, welchen diese beyden Männer durchgehends mit ihrer Arbeit über die Mondsflecken erhalten haben, kann mich der Mühe überheben, den Nutzen davon umständlich zu erzehlen. Inzwischen ist es ausser Zweifel, daß sie noch lange nicht denjenigen Grad der Vollkommenheit damit erreicht haben, den man fodern könnte. Es mag seyn, daß für die Zeiten, in welchen sie lebten, keine genauere Zeichnung der Mondsflecken nöthig war. Die Schärfe im beobachten, die man heutigestags gewohnt ist, war damals unbekannt, man hatte noch genug zu thun, die Sternkunde aus dem Groben zu arbeiten. Seit kurzem aber scheinet man damit ziemlich fertig zu seyn. Unsere Sternkündiger bemühen sich jetzt meistens nur Kleinigkeiten an dem Himmel zu entdecken, die aber deswegen nicht weniger wichtig sind. Ihre Instrumente sind dazu fähig. Und bey so gestalten Sachen, ist es billig, diesen Theil der Sternkunde, der die Lage des Mondsflecken betrifft, gleichfalls höher zu treiben, und mit den übrigen wieder ins Gleichgewicht zu setzen.

So viel mag genug seyn, meine gegenwärtige Unternehmung zu rechtfertigen, und deren Nutzen überhaupt zu zeigen. Das Umständlichere wird sich bequemer in der Abhandlung selbst sagen lassen. Gemeiniglich kann man die Nützlichkeit einer Sache nicht eher und besser einsehen, als bis man von deren Beschaffenheit gründlich unterrichtet ist.

# Der 2. Abschnitt.

## Kurze Geschichte der Mondsbeschreibung.

Ehe man Ferngläser hatte, konnte man an dem Monde weiter nichts entdecken, als jene grosse dunkle Flecken, die ein jeder mit dem blossen Auge sehen kann, und daraus dazumal die einfältige Phantasie ein Menschengesicht, oder ich weiß nicht was für einen dahin verdammten Mann machte. Kaum aber, als den Sternkündigern die Erfindung dieser Instrumente bekannt wurde, so entdeckten sie damit, wie überhaupt an dem ganzen Himmel, also auch an dem Monde eine Menge Seltenheiten. Man sahe deutlich, daß die Oberfläche des Monds sehr uneben und höckericht war. Schon lange vorher, hatte die runde Gestalt des Monds, seine ansehnliche Größe, und seine eigene Dunkelheit und Undurchsichtigkeit, die vernünftigsten der Weltweisen auf die Gedanken gebracht, ihn für eben einen solchen Körper zu halten, wie unsre Erde ist; und nunmehr bestätigte die Erfahrung diesen Gedanken auch darinnen, daß man in dem Monde gleichsam Berge und Thäler bemerken konnte. Man sahe so gar den Schatten, welchen die Berge, die von der Sonne erleuchtet werden, auf die entgegen gesetzte Seite von sich werfen. Man konnte wahrnehmen, daß diese erhabenen Theile, die Berge nemlich, stärker leuchteten, als die niedrigen; die allerniedrigste Gegenden aber auch das allerwenigste Licht zurück würfen, und gemeiniglich sehr eben und ununterbrochen aussähen. Davon haben einige Gelegenheit genommen, sie für Meere und Seen zu halten, ob man schon nunmehr besser davon unterrichtet ist.

Die Neuigkeit dieses Anblicks und vielleicht auch die Hofnung eines davon zuerwartenden Vortheils veranlaßte alsobald einige aufmerksame Männer, das Bild des Monds, wie es durch die Ferngläser erscheinet, abzuzeichnen. **Galiläus**, **Scheiner** und **Schirläus** waren meines Wissens die ersten, die dieses unternahmen, aber, wie es gemeiniglich bey allen ersten Versuchen zu ergehen pfleget, sehr unvollkommen ausführten. Nach ihnen machten sich **Langren** und **Hevel**, beyde fast zu gleicher Zeit, über eben diese Arbeit; da aber der erstere damit nicht völlig zu Stande gekommen ist, so hat hingegen **Hevel** in seiner Selenographie mehr als vierzig von ihm selbst ins Kupfer gebrachte Gestalten des Monds der Welt mitgetheilet und umständlich beschrieben. Man findet unter andern darinnen zwo grosse Figuren, davon die eine die Gestalt des Vollmonds, die andere aber des ab- und zunehmenden Monds vorstellet, und die noch heut zutage das beste sind, was wir von dieser Art haben. Da **Hevel** die dunkeln Theile des Monds für Meere und Seen, die hellen Gegenden aber für festes Land hielte; so gab er den Mondsflecken Nahmen von den Ländern, Meeren und Gegenden unsrer Erde, und schaffte damit den Vortheil, daß man sie besser von einander unterscheiden, und die Sternkündiger einander leichter darinnen verstehen konnten. Nicht lange hernach gab **Riccioli** in seinem neuen Almagest eine andere Mondsfigur heraus, welche **Grimald** gezeichnet hatte. Weil sie aber nicht richtiger ist als die Hevelische, und noch dazu sehr schlecht ins Kupfer gestochen worden, so hätte man ohne Zweifel sie wohl entbehren können, und die Verwirrung, welche **Riccioli** mit seiner neuen Benennung der Flecken angerichtet, wäre mit Vortheil unterblieben. Noch jetzt sind die Sternkündiger darüber nicht einig worden, denn einige, und sonderlich die Deutschen und Engländer bedienen sich der Hevelischen Nahmen, andere aber, als die Franzosen und Italiener haben die Benennung des **Riccioli** bey Beschreibung ihrer Mondsbeobachtungen angenommen. Man ist also gezwungen sich beyde bekannt zu machen, wenn man diese Beobachtungen verstehen und gegeneinander halten will, welches nicht wenig verdrießlich ist.

In diesem Zustande hat man die Beschreibung der Gestalt des Monds mit seinen Flecken gelassen, bis auf den heutigen Tag, wenigstens ist nichts bessers davon zum Vorschein gekommen. Da aber dieselbe in vielen Stücken unrichtig und undeutlich ist; so dienet sie weiter zu nicht viel mehr, als daß man dadurch die Mondsflecken kann kennen lernen. Ja eine gewisse Bewegung dieser Flecken, davon ich gleich umständlicher reden will, verhindert so gar, daß man keine beständige Zeichnung davon zu geben im Stande ist.

Schon **Galiläus** hat durch fleißige und öftere Beschauung der Mondsscheibe angemerkt, daß der Mond nicht immerzu genau einerley Seite gegen uns kehre. Er sahe nemlich einige Flecken bisweilen näher an dem Rande des Monds als das anderemal; einige die vorher nicht sichtbar und auf der abgekehrten Seite des Monds waren, kamen am Rade zum Vorschein; dahingegen andere auf dem entgegen stehenden Rande sich aus dem Gesichte verlohren. Eben dieses beobachteten die Sternkündiger nach ihm, und sie beobachten es noch jetzt immer; sie bemerken über dieses, daß auch die Flecken unter sich selbst ihre Lage ändern.

Indem man in der Sternkunde sich nicht begnügen läßt, eine Erscheinung an den Himmelskörpern nur blos zu beobachten, sondern auch beflissen ist, den Grund davon anzugeben; so liesse man es auch hier nicht dabey bewenden. Es fanden sich Leute, die nach einer Menge gemachter Beobachtungen sich Mühe gaben, eine Theorie über diese sonderbare Bewegung der Mondsflecken zu ersinnen. So viel ich weiß, hat vor **Heveln** niemand etwas sonderliches hiebey verrichtet. Dieser aber hat zweyerley Erklärungen hierüber gegeben, davon die erste in seiner Selenographie zu finden ist; da er aber nach der Hand wahrnahm, daß dieselbe von den Beobachtungen immer mehr und mehr abweiche, so machte er in einem gedruckten Briefe an den **Riccioli** die andere und bessere davon bekannt. **Riccioli** selbst erklärte die Sache noch anders, und wer will, kann darüber den ersten Band seines neuen Almagests nachschlagen.

Alle diese Theorien waren unnatürlich und reimten sich nicht mit den Beobachtungen. Denn daß ich die übrigen Fehler mit Stillschweigen übergehe, so folgte daraus, daß die Flecken auf der Mondscheibe immer einerley scheinbare Lage untereinander halten, und nur der Mondsrand allein über die Flecken hin und her rücke. Es war wohl erklärt, wie es komme, daß die Flecken bisweilen näher und bisweilen weiter von dem Rande des Monds abstehen, aber zu der Erscheinung, daß solche unter sich selbst einmal näher beysammen und ein andermal weiter voneinander ausgedehnt stehen, waren die Theorien nicht hinlänglich.

Endlich kam **Dominicus Cassini** auf die rechte Spur. Es fiel ihm ein, diese Erscheinung, die man bis dahin **die Libration des Monds** nennte, durch die Umwälzung der Monds um seine Axe zu erklären; und der Einfall war glücklich. Es fehlte nichts als ihn auszuführen. Zu dem Ende mußten neue und richtigere Beobachtungen als die vorigen, angestellet werden. Man mußte die Erscheinungen auseinander wickeln, und diejenigen, welche von der Umdrehung des Monds um die Axe entstehen, von denen damit vermischten und von der ungleichen Bewegung des Monds um die Erde verursachten absondern. Solches unternahm dieser grosse Sternkündiger, und brachte heraus, daß, um allen scheinbaren Bewegungen der Mondsflecken genug zu thun, man annehmen müße, daß der Mond in eben der Zeit, da er einmal um die Erde herumlauft, sich auch einmal von Abend gegen Morgen um seine Axe drehe; daß diese Umwälzung gleichförmig oder der Zeit proportioniert sey; daß der Aequator des Monds gegen die Bahn desselben unter einem Winkel von $7\frac{1}{2}$ gegen die Ekliptik aber unter einem von $2\frac{1}{2}$ Graden geneigt sey; daß endlich die Punkten, worinnen der Mondaequator die Ekliptik durchschneidet, eben den Ort einnehmen, und eben diejenige Bewegung haben, welche den Knoten der Mondsbahn zukommt.

Es wäre zu wünschen, daß **Cassini** nicht allein die Beobachtungen die er desfalls angestellet, sondern auch die Art, wie er aus denselben die erstgemeldten Sätze herausgebracht hat, der Welt mitgetheilt hätte. Man hat in den Wissenschaften, und sonderlich in der Sternkunde eine Gewohnheit, und ich glaube, daß man sie rühmlich nennen darf, die darinnen bestehet, daß man niemanden gerne bloß auf sein Wort Glauben zustellt, wenn es etwas betrift, so aus den Erfahrungen durch viele Umschweife hat müssen geschlossen werden. Was die Beobachtungen selbst anlangt, so trauet man denselben zwar, weil die Billigkeit erfodert, niemanden leicht für betrügerisch zu halten, und man nicht allezeit selbst dabey seyn kann, wenn sie wirklich gemacht werden. So bald es aber auf daraus geleitete Folgen ankommt, so gilt kein Ansehen mehr, man will den Zusammenhang derselben einsehen, und dem, der sie macht, auf allen Spuhren nachgehen, um zu erkennen, ob er allezeit auf dem rechten Wege geblieben sey, und ob er alle nöthige Umstände dabey in Betrachtung gezogen habe. Dieses fehlet der Cassinischen Theorie. Man hat zwar nicht Ursache, an der Bewegung des Monds um seine Axe zu zweifeln, weil man auch durch die gröbsten Beobachtungen sich davon leicht überzeugen kann; aber ob **Cassini** die Richtung der Axe des Monds, und die Zeit des Umlaufs richtig bestimmt habe, das ist eine Sache, darüber man ihm nicht so leicht glauben möchte, weil er, wie gedacht, weder seine Beobachtungen selbst, noch die Folgerungen daraus bekannt gemacht hat.

Mir ist nicht bekannt, daß jemand nach **Cassini** diese Sache weiter und besser untersucht hätte, ausser dem, was Herr P. **Heinsius** in Leipzig in einer kleinen Schrift de æquatore Lunæ abgehandelt hat. Weil aber der berühmte Herr Verfasser aus Mangel tüchtiger Beobachtungen die Neigung des Mondaequators gegen die Mondsbahn viel zu groß angesetzet und überhaupt nur die Erscheinungen dieses Aequators allein erkläret hat; so kann solches nicht für zureichend gehalten werden.

Es kommen aber in der Cassinischen Theorie verschiedene Dinge vor, die theils nicht genugsam untersucht, und theils nicht scharf genug bestimmt worden sind. Dieses könnte ich weitläuftig zeigen. Weil ich aber dazu nöthig hätte, mich in eine umständlichere Erklärung der Theorie einzulassen, oder sie wenigstens so hersetzen müßte, wie sie **Cassini** selbst ausgearbeitet hat, so will ich nur einen einzigen Umstand anmerken, der mich von dem Verdacht einer ungerechten Beschuldigung befreyen, und das Mangelhafte der Theorie offenbar machen wird.

Nach **Cassini** liegen die drey Axen, nemlich die Axe des Mondaequators, die Axe der Ekliptik und die Axe der Mondbahn allezeit in einer Fläche, die erste macht mit der andern einen Winkel von $2\frac{1}{2}$, mit der dritten aber einen von $7\frac{1}{2}$ Graden, und diese Neigung wird für unveränderlich angenommen. Daher müßte auch die Axe der Mondbahn mit der Axe der Ekliptik beständig eine Neigung von 5 Graden halten. Man weiß aber aus der Theorie des Mondlaufs, daß dieses letztere nicht statt findet; die Mondbahn ist in Ansehung der Ekliptik wirklich veränderlich, und die Axen von beyden machen bisweilen einen Winkel von 5°, bisweilen aber von 5°. 18′ miteinander. Es ist also die Frage, ob die Axe des Mondaequators in Ansehung der Axe der Ekliptik, oder in Ansehung der Axe der Mondbahn beständig sey? Wäre das erste, so müßte die Neigung der Axen des Mondaequators und der Mondbahn von $7°\frac{1}{2}$ bis auf 7°. 48′ anwachsen. Wäre aber das letzte wahr, so würden die Axen des Mondaequators und der Ekliptik bald $2°\frac{1}{2}$ bald 2°. 48′ gegeneinander geneigt seyn. Es scheinet, als habe **Cassini** mit Fleiß auf diese Veränderung nicht acht geben wollen, weil sie nur gering ist, und kaum mehr als $\frac{1}{4}$ eines Grades beträgt, das man an der Mondscheibe schwerlich beobachten kann. Allein, wenn sie auch noch geringer wäre, so glaube ich doch, daß ein Sternkündiger noch andre Ursachen haben könne, sich um diesen Umstand zu bekümmern, und eine bestimmte Antwort auf vorige Frage zu begehren. Inzwischen hoffe ich, die Schärfe der Beobachtungen und der Theorie so weit gebracht zu haben, daß eine Größe von 18 Minuten eines Grades auf dem Monde noch gar wohl merklich seyn kann; wie man unten genugsam sehen wird.

Ueber alles dieses ist es nicht genug die Erscheinungen an dem Monde durch eine gründliche Theorie bloß erklärt zu haben, wie **Cassini** gethan hat. Man muß sich weiter einlassen, und die Theorie zum Gebrauch und auf die Ausübung zu richten. Man begehrt z. E. dadurch die Stellung der Mondsflecken, wie sie auf der Erde erscheinen, für jede Zeit zu bestimmen. So bald als der Mond seinen Aequator hat, so bald beobachten die Mondsflecken in Ansehung desselben eine gewisse und unveränderliche Lage. Einige liegen gerade in demselben; andere aber sind davon mehr oder weniger entfernt. Eben so wie die Oerter auf der Erdkugel eine grössere oder kleinere geographische Breite haben. Man kann daher diese Lage der Mondsflecken in Ansehung des Mondaequators, ebenfalls die Breite derselben nennen, und eben auf die Art, wie auf der Erdkugel gewöhnlich ist, durch Bögen ausdrücken. Hat man alsdenn durch Beobachtungen einmal diese Breite für einen jeden Flecken ausgeforscht, so wird sie dienen diese Flecken mit ihrer verschiedenen Stellung für jede Zeit so zu entwerfen, wie sie an dem Monde erscheinen, wenn wir ihn auf der Erde anschauen.

Man kann noch weiter gehen. Die Mondsflecken haben nicht allein eine sogenannte geographische Breite, sondern auch eine geographische Länge, und diese muß ebenfalls wie die Breite durch Beobachtung ausgemacht werden, damit der Ort eines jeden Fleckens völlig bestimmt sey. Zum Behuf dessen ist es nöthig einem jeden seinen besondern Mittagszirkel beyzumessen, und unter allen denselben einen für den **ersten** zu erwählen, von welchem die Entfernung aller andern und die Länge eines jeden Fleckens anfange gezehlt zu werden.

Alsdenn erst wird man von einer rechten Mondsbeschreibung reden können, und so wird sie der Erdbeschreibung, mit welcher sie bisher nur dem Nahmen nach übereingekommen ist, in der That ähnlich werden.

Hierzu aber gehöret neue Mühe und Fleiß, und eine schärfere Theorie als die cassinische. Man muß gleichsam von fornen anfangen, und eine lange Reihe von Beobachtungen über die Mondsflecken sammlen, die nicht nur in den gehörigen Umständen, sondern auch mit der heutiges Tages gewöhnlichen Richtigkeit gemacht worden seyen.

Ich habe geglaubt meine übrigen Stunden wohl anzuwenden, wenn ich diese Mühe über mich nähme, und ich habe deswegen über ein Jahr lang, so oft es mir möglich war, die Stellung der Mondsflecken in Ansehung des Mondrands und des Mittelpunkts desselben, sehr genau und vielmal wiederholt, ausgemessen. Ich liefere hier die völlige Sammlung dieser Beobachtungen, und zeige zugleich alle möglichen Früchte, die man davon zu gewarten hat. Sollte der Endzweck, den ich mir vorgenommen habe, von mir nicht vollkommen erreicht worden seyn: so habe ich doch wenigstens den Weg gebahnet und die Mittel gezeigt, wodurch andere dasjenige erlangen können, was mir vielleicht aus Mangel einer grössern Reihe von Erfahrungen oder durch andere zufällige Hindernisse zu erhalten verboten war; und damit werde ich mich begnügen lassen.

## Der 3. Abschnitt.

### Bestimmung der Figur des Monds aus den Gesetzen der Schwere.

Ich werde in den folgenden Untersuchungen annehmen, daß der Mond vollkommen rund sey, und die Figur einer Kugel habe. Es muß also vor allen Dingen ausgemacht werden, ob und wiefern diese Voraussetzung statt finde; und dieses kann nicht anders geschehen, als wenn ich hier von der wahren Figur des Monds etwas umständlich handle.

Man hat zweyerley Wege, wodurch man zu der Kenntniß der Figur des Monds gelangen kann. Der erste ist die unmittelbare Erfahrung. Man darf nur mit einem genauen Instrumente den scheinbaren Durchmesser des Monds so wohl von oben bis unten, als von der rechten zur linken, oder auch nach andern Richtungen abmessen, so wird man bald sehen, ob alle diese Durchmesser gleich seyen oder nicht, und also schließen können, ob der Mond vollkommen kuglicht sey oder nicht. Dieser Weg wäre der beste, wenn unsere Instrumente allezeit hinlänglich genau wären, und wenn bey dem Monde nicht noch ein anderer Umstand, von dem ich hernach reden will, eine Hinderung machte.

Die andere Art gründet sich auf die Gesetze der Natur und sonderlich der Schwere. Wenn man die Ursache kennt, welche einen Körper zwingt eine Figur anzunehmen, oder wenn man wenigstens nur die Wirkung dieser Ursache kennt, so kann man auch wissen, wie diese Figur gestaltet seyn müsse. Es ist noch nicht lange, daß man diesen Weg zu einer hinlänglichen Richtigkeit gebracht hat, und ich habe Ursache, warum ich ihn hier zu erst vornehme.

Da die Erde, die Sonne, der Mond und alle Himmelskörper eine Figur haben und aus einer Menge Materie bestehen, so muß eine Kraft da seyn, welche die kleinste Theile der Materie antreibt, sich zu vereinigen und einen Körper zu formiren; oder die wenigstens den einmal formirten Körper beyeinananderer und in einer beständigen Figur erhält: denn sonst würde durch die unterschiedlichen Bewegungen, die man an den Himmelskörpern wahrnimmt, die Materie, woraus sie bestehen, sich zertheilen.

**Newton** hat zu erst gezeigt, daß diese Kraft eben diejenige sey, welche wir die Schwere nennen, und die da macht, daß ein Stein auf die Erde fället, und daß die Wasser im Meer und in den Seen eben stehen bleiben. Um diese Kraft begreiflicher zu machen, und sie so vorzustellen, daß man sie nach den Gesetzen der Mechanik berechnen kann, nennte er sie einen Zug oder eine anziehende Kraft, und betrachtete sie als wenn sie der Materie eigen wäre. Nach ihm ist diese Kraft unter alle die kleinste Theile der Materie gleich ausgetheilt; alle diese Theile, und folglich alle Körper wägen gegeneinander oder sind schwer einer gegen den andern, und wenn sie von einander entfernt stehen, so bemühen sie sich, sich zu vereinigen. Je mehr ein Körper Materie besitzt, desto grösser ist seine Kraft, womit er einen andern an sich zu ziehen suchet. Wenn also ein Stein auf die

Erde fället, so verursacht diesen Fall die anziehende Kraft oder der Zug, welchen die Erdkugel an demselben ausübet.

Man siehet leicht, daß **Newton** mit diesen Begriffen die Ursache dieser Kraft oder der Schwere nicht hat erklären wollen, und daß er also nicht verdienet, beschuldiget zu werden, als wenn er die sogenannten qualitates occultas wieder aufs neue eingeführt hätte. Die Erfahrung zeigt einmal, daß die Körper eine Schwere gegeneinander haben, und das ist einem Meßkünstler genug, diese Kraft seinen Regeln unterwürfig zu machen, und daraus die Erscheinungen und derselben Wirkungen in der Natur zu erklären und vorzustellen; oder auch aus den Erscheinungen die Gesetze, wornach eine solche Kraft wirket, auszuforschen. Dieses hat **Newton** unternommen, und dadurch eine so schöne und allgemeine Theorie über die Schwere errichtet, daß er vermittelst derselben alle Bewegungen an den Himmelskörpern begreiflich und deutlich zu erklären im Stande war. Zuvor hatte man nöthig, sich die Planeten und Sterne in dichte kristallene Kreise eingeschlossen vorzustellen, damit sie nicht in Unordnung geriethen, oder man bestellte gar Engel und gewisse Geister dazu, die die Himmelskörper durch den grossen Raum des Himmels herum tragen mußten: Da man hingegen jetzt weiter nichts annehmen darf, als daß eine Kraft vorhanden sey, die alle Körper gegeneinander zu fallen antreibet. Durch diese Kraft werden sie in ihren Bahnen erhalten, ohne durch den Stoß der sie darinnen forttreibt, gehindert zu werden; und es ist eben diese Kraft, welche macht, daß eine Bombe, wenn sie aus dem Mörser geworfen wird, in der Luft eine krumme Bahn beschreibet, da sie sonst nach der Richtung des Mörsers in gerader Linie fortgehen müßte.

Der Satz worauf sich die ganze Theorie der Schwere gründet und den **Newton** aus der Erfahrung fest gesetzt hat, ist folgender:

**Der Zug eines Körpers gegen einem andern, verhält sich wie der Quotient welcher herauskommt, wenn man die Masse des Körpers mit dem Quadrat der Entfernung von der andern, dividirt.**

Durch eben diese Theorie hat **Newton** dargethan, daß die Erde nicht vollkommen kuglicht sey, sondern die Figur einer verdruckten Afterkugel habe; so daß der Durchmesser ihres Aequators um den 230sten Theil grösser sey als ihre Axe. Die Erfahrung hat dieses bestätiget, und die newtonische Theorie hat dadurch eine neue Probe von ihrer Richtigkeit ausgehalten. Die französischen Akademisten haben auf Befehl ihres Königs vor einigen Jahren die Erde wirklich ausgemessen, und aus ihren Messungen folgt, daß die Erde unter dem Aequator um $\frac{1}{100}$ höher sey als unter den Polen. Keine bessere Uebereinstimmung mit der newtonischen Rechnung hätte man nicht wünschen können. Denn wegen des kleinen Unterschieds, der nur ungefähr $\frac{1}{1500}$ beträgt, läßt sich kein Einwurf wider die Theorie machen, da noch viele andre Umstände sind, wodurch ein solcher Unterschied kann verursacht werden.

Die Art, wie **Newton** die Figur der Erde ausgerechnet hat, ist allgemein, und lässet sich bey allen andern Himmelskörpern anbringen, wenn man nur die Bewegungen dieser Körper kennet, welche zu Formirung ihrer Figur etwas beytragen.

Wenn die Schwere oder die anziehende Kraft allein auf einen Körper wirket, so kann derselbe zwar keine andre Figur annehmen, als eine vollkommene runde oder kuglichte. Denn damit seine Figur beständig sey, so müssen alle seine Theile einander im Gleichgewichte halten, das ist, die Kraft die diese Theile zusammen hält, muß auf allen Seiten gleich wirken können: und dieses ist bey einer einzigen Kraft nicht anders möglich, als wenn auf allen Seiten gleich viel Materie befindlich ist; welche Eigenschaft nur der Kugel zukommt.

Allein, so bald die anziehende Kraft durch andre Kräfte, welche nicht in derselben Richtung wirken, geschwächt oder gehindert wird, so wird die Materie auf einer Seite leichter als auf der andern. Damit nun der Körper im Gleichgewichte bleibe, so muß auf der schwächern Seite die verminderte Schwere der Materie durch eine desto grössere Menge derselben wieder ersetzt werden. Der Körper wird also in seiner Figur von der kuglichten abweichen, und an dem Orte, wo die Schwere geringer ist, höher werden, als da, wo die Schwere ihre völlige Krafft ausüben kann.

Es kann aber bey den Himmelskörpern die anziehende Kraft, durch welche sie ihre Figur erhalten, auf unterschiedliche Arten ungleich werden; die vornehmsten darunter sind folgende:

Wenn ein Körper sich um eine Axe drehet, so bekommen seine Theile, welche von der Axe entfernt sind, durch diese Bewegung eine Kraft von der Axe wegzufliehen, und diese Kraft ist desto stärker, je geschwinder die Bewegung ist, und je weiter die Theile von der Axe abstehen. Die Schwere drücket die Theile des Körpers gegen den Mittelpunkt, diese Kraft aber, welche man die vim centrifugam oder die Schwungkraft nennet, wirket auswärts und treibt die Theile des Körpers von der Axe weg. Ihre Richtung ist also von der Richtung der Schwere unterschieden, und der Körper wird da, wo die Schwungkraft sich der Schwere am stärksten entgegen setzt, nemlich unter seinem Aequator, höher werden als unter seinen Polen.

Da die anziehende Kraft nicht nur in der Nähe auf einen Körper allein wirket, sondern sich auch in die Ferne auf andere Körper erstrecket, und alle Himmelskörper überhaupt sich untereinander beyderseitig anziehen: so kann dadurch verursacht werden, daß auf einem Körper der sich in der Nähe eines andern befindet, die Schwere ebenfalls an einem Orte geringer wird als an dem andern. Indem zum Exempel die Materie, woraus unsre Erde bestehet, nicht allein durch ihre eigene Schwere gegen den Mittelpunkt gedruckt wird, sondern zu gleicher Zeit auch der Mond an der Erde seine anziehende Kraft ausübet, vermöge welcher die Erde beständig gegen den Mond zu fallen trachtet, so geschiehet dadurch, daß die Materie, welche unter dem Monde liegt, oder die Seite der Erde, welche am nächsten gegen den Mond gekehrt ist, leichter wird, und folglich sich erhöhet. Man siehet auch wirklich dieses an der Ebbe und Flut, welche so genau mit der Bewegung des Monds verknüpft ist, daß man gar keine Ursache an der anziehenden Kraft des Monds auf die Erde zu zweifeln hat. Gleichwie nun der Mond die Erde zwinget, ihre Figur zu ändern, eben so verursacht die Erde durch ihre anziehende Kraft, daß der Mond gleichfalls eine Veränderung an seiner Figur leidet. Und überhaupt können alle Himmelskörper untereinander eine solche Wirkung zuwege bringen.

Die dritte Ursache, wodurch die Schwere auf einem Körper ungleich und folglich seine Figur anders als kuglicht wird, kann an dem Körper selbst liegen, wenn die Materie, woraus er bestehet, nicht aller Orten von gleicher Dichtigkeit ist. Die Schwere ist unter die kleinsten Theilgen der Materie gleich ausgetheilt; wo nun mehr dergleichen Theile beysammen sind, und also die Materie dichter ist, da ist auch die Schwere grösser, und wenn die Materie ihrem Triebe zu folgen durch nichts gehindert wird, so wird auch die Figur sich darnach richten.

Endlich kann sich auch die Festigkeit des Körpers der Kugelfigur widersetzen. Es kann ein Körper so hart seyn, daß er alle mögliche Figuren besitzen kann, ohne durch die Schwere seiner Theile darinnen gestöret zu werden. Ein Planet, der zum Exempel aus einem einzigen Felsen bestehet, könnte zufälliger Weise die Figur eines Würfels bekommen haben. Die Kraft, welche ihn fest macht, ist unendlich grösser als diejenige, welche ihn und seine Theile schwer macht. Denn ein Körper nimmt die runde Figur nicht an, als nur in so fern seine Materie flüssig und sich selbst gelassen ist. Kleine Beyspiele hievon haben wir an den Ungleichheiten unserer Erdkugel; die Berge und Thäler würden so eben werden als das Meer, wenn sie nicht durch die Festigkeit ihrer Materie aufgehalten würden, dem Triebe ihrer Schwere zu folgen.

Da

Da die beyden letztern Umstände, die in die Figur eines Weltkörpers einen Einfluß haben, so beschaffen sind, daß sie sich nach keinen ordentlichen Regeln richten und kein allgemeiner Grund davon kann angegeben werden; so lässet sich auch derselben bey der Bestimmung der Figur eines Körpers nicht Rechnung tragen. Wir müßten die innere Beschaffenheit eines Körpers genau kennen, und selbst zugesehen haben, als derselbe sich im Anfange formiert hat, oder wenigstens eine umständliche Geschichte haben, von dem, was von Zeit zu Zeit mit dem Körper vorgegangen ist, bis er in den Zustand gekommen, in welchem er sich jetzt befindet, wenn wir seine Figur aus ihren ersten Ursachen herleiten wollten.

Inzwischen zeigen uns unsere Sinnen daß die Himmelskörper, wo nicht völlig, doch meistens kuglicht sind; und da diese Figur die Schwere allein zum Grunde hat, so müssen wir zugeben, daß diese Körper entweder wirklich meist flüssig, oder daß sie es einmal gewesen seyen. Sie müssen sich in einem Zustande befunden haben, oder noch seyn, in welchem die Schwere ihre völlige Macht auf sie hat ausüben, und wo ihr die Festigkeit nicht hat widerstehen können. Vielleicht ist auch die Länge der Zeit der stetswirkenden Schwere behülflich gewesen, die Härte der Körper zu überwinden, ungefähr wie wir an der Erde wahrnehmen, daß ihre Berge immer mehr und mehr niedriger werden. Man siehet demnach, daß es in Bestimmung der Figur eines Weltkörpers wenig oder nichts verschlagen kann, wenn man dabey auf seine Festigkeit nicht siehet. Ich habe auch erst vorhin gesagt, daß man dabey die verschiedene Dichtigkeit der Materie in dem Körper ebenfalls wegzulassen gezwungen ist.

Ich werde daher, in folgender Berechnung der Figur des Monds, annehmen, daß die Materie in demselben durchgehends von einerley Dichtigkeit und vollkommen flüßig sey; und daß er also von der Kugelfigur durch keine andere Ursachen abzuweichen genöthiget werde, als durch seine Umwälzung um die Axe, und durch die anziehende Kraft der Erde.

Ich nehme noch weiter an, daß überhaupt alle Himmelskörper, und also auch der Mond die Figur einer elliptischen Afterkugel bekommen, wenn sie von einer der gemeldten Ursachen gezwungen werden, von der vollkommenen Kugelfigur abzugehen. **Newton** hat eben dieses vorausgesetzt, und ich hoffe, daß mich sein Exempel rechtfertigen werde; ob man schon die völlige Wahrheit einer solchen Voraussetzung nicht bewiesen hat. Das ist wohl wahr, daß der Körper unter gedachten Umständen eine Afterkugel wird, aber ob es eben diejenige sey, welche aus der apollonischen Ellipse erzeugt wird, daran darf man in so fern zweifeln, wenn der Körper sehr merklich von der Kugelfigur abweichet. Beträgt aber der Unterschied nur etwas weniges, wie gemeiniglich geschiehet, so darf man wegen eines merklichen Fehlers nicht in Sorgen stehen. Man würde in sehr weitläuftige und verwirrte Rechnungen verfallen, wenn man die wahre Gestalt aus der Theorie erst bestimmen sollte, und weil hier mein Vorhaben nicht eigentlich ist, in diese Sache mich völlig einzulassen; so wird es mir erlaubt seyn, kürze halber bey der elliptischen Afterkugel zu verbleiben.

Und eben deswegen, nemlich die Rechnungsweitläuftigkeiten zu ersparen, werde ich endlich auch voraussetzen, daß die Afterkugel von der vollkommenen Kugel nur sehr wenig abweiche. Ich erhalte dadurch den Vortheil, daß ich das Quadrat nnd alle höhere Potenzen des Unterschieds zwischen den beyden Diametern der Ellipse, woraus die Afterkugel erzeugt wird, für nichts kann gelten lassen, und daß folglich der Zug in algebraischen endlichen Größen kann ausgedrückt werden. Weil die Erfahrung wirklich zeigt, daß die Himmelskörper nur gar wenig von der Kugel abweichen, so wird man auch gegen diese Voraussetzung nichts einzuwenden haben.

Nachdem ich also zu der Rechnung über die Figur des Monds alle nöthigen Anstalten gemacht habe; so nehme ich solche selbst vor die Hand, und zeige erstlich, **wie groß der Zug einer Zirkelfläche in einer jeden Entfernung** sey, denn dieses muß vor allen Dingen bekannt seyn, wenn man den Zug für die Afterkugel bestimmen will.

Fig. 11. Es sey auf die Fläche des Zirkels Mn aus dem Mittelpunkte die Linie PD senkrecht gezogen, man verlangt zu wissen wie stark der Zirkel ein jedes Punkt P in der gedachten Linie anziehe, im Falle sich die anziehende Kraft der Materie, woraus der Zirkel besteht, umgekehrt verhält wie das Quadrat der Entfernung.

Man setze der Zirkel bestehe aus lauter kleinen concentrischen Ringen NO, deren Breite Nn seye. Diese Ringe sind ihren Durchmessern DN und ihrer Breite Nn proportional, und ihr Zug gegen P ist also wie $\frac{DN.\,Nn}{FN^2}$ oder $\frac{DN.\ d(DN)}{FN^2}$; Da aber dieser Zug nach der Richtung PN wirket, und man solchen nach der Richtung PD verlangt, so muß man ihn mit $\frac{FD}{FN}$ multiplicieren, alsdenn kommt dafür $\frac{DF.\,DN.\ d(DN)}{FN^3}$. Weil nun auch wegen Aehnlichkeit der Dreyecke FDN und Nfn das kleine Stück $nN = d(DN) = \frac{fn.\,FN}{DN} = \frac{PN.\,d(PN)}{DN}$, so kommt für obige Ausdrückung des Zugs, wenn man diesen Wehrt für $d(DN)$ hineinbrinjt,

$\frac{DF.\ d(FN)}{FN^2}$. Diese Größe, worinnen DF unveränderlich ist, integriert, gibt für den Zug des ganzen Zirkels DN auf den Punkt P, die Größe $-\frac{DF}{FN} + Const.$ oder weil der Zug $= o$ ist, wenn $NF = DF$, so hat man für die völlige Summe des Zugs $1 - \frac{DF}{FN}$; folglich für den ganzen Zirkel, davon DM der Radius ist, $1 - \frac{DF}{FM}$, welches verlangt worden.

Nun läßt sich **der Zug einer elliptischen Afterkugel** PABQ Fig. 12. folgendermassen bestimmen: Es sey PB die Axe und AQ der Durchmesser des Aequators der Afterkugel, welche aus der Umwälzung der Ellipse PAB um die Axe PB erzeugt worden: In F sey der Punkt in der Axe davon man verlangt zu wissen, wie stark er von der Afterkugel gegen den Mittelpunkt C angezogen werde. Weil man sich vorstellen kann, die Afterkugel bestehe aus lauter Zirkelflächen, deren Radii die Semiordinaten DM, oder vielmehr aus lauter Cylindern DdmM von einer unendlich kleinen Dicke dD; und weil ein jeder derselben den Punkt F mit einer Kraft so der Größe $(1 - \frac{DF}{FM})$ dD proportianal ist, anziehet, wie erst vorhin gefunden worden; so hat man weiter nichts zu thun, als den Zug aller dieser Cylindern zu summiren, damit der Zug der ganzen Afterkugel herauskomme.

Zu dem Ende setze man die Verhältniß der Axe PB zu dem Durchmesser des Aequators AQ wie $1 : 1 + n$, so daß $n$ nur eine sehr kleine Größe sey, deren Quadrat und höhere Potenzen in Ansehung ihrer selbst für nichts oder für unendlich klein können gehalten werden; ferner sey $PF = a$, $FB = b$, $MF = v$ und $DF = z$, so ist $PC = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$, und $AC = (\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b)(1 + n)$, $FC = \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a$; und daher der Zug des kleinen Cylinders dDmM wie $(1 - \frac{DF}{FM})$ dD $= dz - \frac{z\,dz}{v}$; der Zug aller dieser Cylindern aber wie $z - \int\frac{z\,dz}{v} + A$. Um diese Ausdrückung völlig integrieren zu können, suche man aus den Eigenschaften der Ellipse das Verhältniß zwischen $z$ und $v$; so wird man $z = \frac{ab - v^2}{b - a}$

$+\frac{2n}{(b-a)^3}(b^2v^2+a^2v^2-a^2b^2-v^4)$ beynahe erhalten. Folglich ist
$-\frac{z\,dz}{v} = \frac{2ab\,dv - 2v^2dv}{(b-a)^2} + \frac{8nb^2v^2dv + 8na^2v^2dv - 4na^2b^2dv + 12nv^4dv + 8nabv^2dv - 4nab^3dv - 4na^3b\,dv}{(b-a)^4}$. Und ferner
$z - \int\frac{z\,dz}{v} + A = z + \frac{2abv - \frac{2}{3}v^3}{(b-a)^2} + \frac{2\frac{2}{3}b^2v^3 + 2\frac{2}{3}a^2v^3 - 4na^2b^2v - 2\frac{2}{5}nv^5 + 2\frac{2}{3}nabv^3 - 4nab^3v - 4nabv}{(b-a)^4} + A$, oder wenn man die beständige Größe $A$ aus dem Fall bestimmt da FM = FP, oder $z = v = a$, und daher der Zug $= o$ ist, so erhält man für das völlige Integrale des Zugs $-\frac{\frac{1}{3}a^3 - ab^2}{(b-a)^2} + \frac{1\frac{1}{3}na^3b^2 - \frac{4}{15}na^5 + 1\frac{1}{3}na^4b + 4na^2b^3}{(b-a)^4} + z$
$+\frac{2abv - \frac{1}{3}v^3}{(b-a)^2} + \frac{2\frac{2}{3}nb^2v^3 + 2\frac{2}{3}na^2v^3 - 4na^2b^2v - 2\frac{2}{5}nv^5 + 2\frac{2}{3}nabv^3 - 4nab^3v - 4na^3bv}{(b-a)^4}$; Will man nun vollends den Zug der ganzen Kugel haben, so muß FM und FD = FB werden, und folglich setzt man für $v$ und $z$ deren Wehrt $b$, alsdenn wird sich die vorige weitläuftige Ausdrückung in folgende verwandeln $\frac{b-a}{3} + \frac{b^5 - 5ab^4 + 10a^2b^3 - 10a^3b^2 + 5a^4b - a^5}{\frac{15}{4}(b-a)^4 : n}$ oder wenn man wirklich durch $(b-a)^4$ dividiert, in diese, $\frac{b-a}{3} + \frac{4n}{15}(b-a)$, oder endlich auch in $(\frac{2}{3}+\frac{8}{15}n)\frac{b-a}{2}$.

Hieraus lassen sich zu unserm Vorhaben folgende Sätze herleiten:

Weil $\frac{b-a}{2}$ = FC oder die Weite des Punkts F von dem Mittelpunkte der Ellipse C, und weil $n$ in derselben beständig ist wenn FC sich verändert, so verhält sich der Zug einer Elliptischen Afterkugel auf einen Punkt in der Axe wie die Entfernung dieses Punkts von dem Mittelpunkte der Afterkugel.

Wenn $n = o$ wird, so wird aus der Afterkugel ein vollkommene Kugel, und deren Zug auf einen jeden Punkt in dem Durchmesser der Kugel ist wie $\frac{2}{3}\frac{(b-a)}{2}$, das ist nochmals wie die Entfernung des Punkts von Mittelpunkte der Kugel.

Der Zug einer Kugel zu dem Zuge einer Afterkugel, deren Axe zu dem Durchmesser ihres Aequators sich wie $1 : 1 + n$ verhält, ist also wie $\frac{2}{3}\frac{(a-b)}{2}$ zu $(\frac{2}{3} + \frac{8}{15}n)\frac{(a-b)}{2}$, das ist wie 1 zu $1 + \frac{4}{5}n$. Wenn nemlich die Weite des Punkts vom Mittelpunkte bey beyden Körpern gleich bleibt.

Wenn der Punkt F in P oder in den Pol der Afterkugel fällt, so ist $CF = CP$, und daher noch, wie vorhin, der Zug der Kugel zu dem Zuge der Afterkugel, deren Axe der Axe der Kugel gleich ist, wie 1 zu $1 + \frac{4}{5}n$.

Die beyden letztern Sätze gelten nur wenn $n$ positiv und folglich die Afterkugel verdruckt ist; wenn hingegen dieselbe ablang oder der Durchmesser ihres Aequators kleiner wird als die Axe, so wird $n$ negativ, und folglich verhält sich der Zug auf der Oberfläche der Kugel zu dem Zug im Pole der ablangen Afterkugel wie 1 zu $1 - \frac{4}{5}n$, wenn nemlich die Axen beyderseits gleich sind.

Wenn der Zug oder die Schwere auf einer Kugel deren Radius 1 ist, ebenfalls $= 1$ gesetzt wird, so ist in dem Pole der verdruckten Afterkugel davon die halbe Axe $= 1$, der Halbmesser des Aequators aber $= 1 + n$ ist, die Schwere $= 1 + \frac{4}{5}n$; auf einer Kugel aber deren Radius $= 1 + n$, eben diese Schwere $= 1 + n$; und endlich in dem Pole einer ablangen Afterkugel deren halbe Axe $= 1 + n$, der Radius ihres Aequators aber $= 1$ ist, die nemliche Schwere $= (1 + n)(1 - \frac{4}{5}n) = 1 + \frac{1}{5}n$.

Der Inhalt einer verdruckten Afterkugel, deren halbe Axe $= 1$, und der Halbmesser des Aequators $= 1 + n$, ist die mittlere proportionale zwischen einer Kugel davon der Halbmesser $= 1 + n$, und einer Afterkugel deren halbe Axe $= 1 + n$ und der Halbmesser des Aequators $= 1$ ist, wie man in der Geometrie beweiset. Die mittlere proportionale unter der Schwere im Pole dieser beyden letztern, nemlich zwischen $1 + n$ und $1 + \frac{1}{5}n$, gibt $1 + \frac{3}{5}n$, für die Schwere der verdruckten Afterkugel in der Weite $1 + n$, das ist, unter dem Aequator derselben. Denn man kann annehmen, daß die Schweren in einerley Abstande vom Mittelpunkte auf den Oberflächen sich verhält wie ihre Massen, wenn sie in der Figur nicht viel voneinander abweichen.

Es ist daher endlich auf der oftgemeldten verdruckten Afterkugel, deren halbe Axe $= 1$ und Halbmesser des Aequators $= 1 + n$, die Schwere im Pole zu der Schwere unter ihrem Aequator, wie $1 + \frac{4}{5}n$ zu $1 + \frac{3}{5}n$, das ist, wie $1 + \frac{1}{5}n$ zu 1. Ist aber die Afterkugel ablang und der Halbmesser ihres Aequators $= 1 - n$, so ist die Schwere im Pole zu der Schwere unter dem Aequator, wie $1 - \frac{1}{5}n$ zu 1.

Weil die Schwere innerhalb einer Afterkugel der Weite vom Mittelpunkte proportional ist, so ist bey einer verdruckten Afterkugel die Schwere in $D = \frac{CD.(1+\frac{1}{5}n)}{PC} = CD.(1+\frac{1}{5}n)$ die in E aber $= \frac{CE.1}{CA} = \frac{CE}{1+n} = CE(1-n)$, wenn nemlich $PC = 1$, und die Schwere in $A = 1$ ist.

Diese beyden leztern Säze enthalten dasjenige, welchem zu Liebe die vorhergehende Rechnung angestellt worden, und das zur Bestimmung der Figur des Monds, oder überhaupt aller Himmelskörper, zum Voraus bekannt seyn muß.

Fig. 13. Wir wollen zu erst sehen, wie viel die Schwungkraft, welche durch die Umwälzung des Monds um seine Axe entstehet, an seiner Figur verändere. Es sey demnach P der Pol und A ein Punkt im Aequator des Monds, es sey auch die Schwungkraft in A zu der Schwere eben daselbst wie $k$ zu 1. Weil diese Schwungkraft innerhalb eines Körpers, eben wie die Schwere, der Weite vom Mittelpunkte proportional ist, wie man in der Mechanick beweiset, so ist sie in $E = \frac{CE.k}{CA} = CE.k$, und weil ferner diese Kraft der Schwere entgegen wirket, die Schwere aber daselbst $= CE(1-n)$ war, so bleibt für die Kraft, welche den kleinen Theil Ee nach C treibt, $CE(1-n-k)$ übrig; multiplicirt man diesen Trieb mit Ee oder $d(CE)$, so hat man das Gewicht des kleinen Cylinders Ee, $= (1-n-k)\,CE.d(CE)$, und daher, wenn man integrirt, das Gewicht eines Cylinders von der Höhe CE, $= \frac{(1-n-k)}{2} CE^2$, des ganzen Cylinders CA Gewicht aber $= \frac{(1-n-k)}{2} CA^2 = \frac{(1-n-k)(1+2n)}{2} = \frac{1+n-k-2nk}{2}$ oder nur $= \frac{1+n-k}{2}$, weil $k$, eben so wie $n$, eine sehr geringe Größe ist.

Da die Schwungkraft nur nach der Richtung CA wirket, und PC auf dieser Richtung perpendicular stehet, so hat die Schwungkraft auf die Axe CP keinen Einfluß, und die Schwere in D bleibt wie vorhin $= (1+\frac{1}{5}n)\,CD$; es ist daher das Gewicht des kleinen Cylinders

$dD = (1 + \frac{1}{5}n)\, CD\, d(CD)$, folglich des Cylinders CD sein Gewicht $= \frac{(1+\frac{1}{5}n)\, CD^2}{2}$, und des Cylinders PC $= \frac{1+\frac{1}{5}n}{2}$. Soll nun die Figur des Monds beständig seyn, so muß der Cylinder PC eben so stark nach C drücken als CA, das ist, ihr Gewicht muß einander gleich seyn. Man hat demnach $\frac{1+n-k}{2} = \frac{1+\frac{1}{5}n}{2}$, woraus man findet daß $n = \frac{5}{4}k$ seyn müsse. **Wenn nemlich im Aequator die Schwere zu der Schwungkraft wie 1 zu $k$ ist, so wird sich die Axe des Monds, oder überhaupt eines jeden Himmelskörpers, zu dem Durchmesser des Aequators verhalten, wie 1 zu $1 + 1\frac{1}{4}k$.**

Nach dem **Newton** verhält sich die Schwere auf unterschiedlichen Körpern, die nicht viel von der Kugelfigur abweichen, wie der Halbmesser mit der Dichtigkeit derselben multipliciert; welches sich auch aus den vorigen Sätzen herleiten lässet: Die Schwungkraft aber verhält sich, nach den Hugenischen Lehrsätzen, wie der Halbmesser durch das Quadrat der Umwälzungszeit um die Axe dividirt. Nennet man nun die

| | | | |
|---|---|---|---|
| Dichtigkeit der Erde | $= D$, | des Monds | $= d$ |
| den Halbmesser | $= R$ | | $= r$ |
| die Umwälzungszeit | $= T$ | | $= t$ |
| die Schwere | $= G$ | | $= g$ |
| die Schwungkraft | $= S$ | | $= s$ |

so ist $G : g = D.R : d.r$, und $S : s = \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$

und daher

$$\frac{G}{S} : \frac{g}{s} = D.T^2 : d.t^2$$

oder

$$\frac{S}{G} : k = d.t^2 : D.T^2,$$ und da auf der Erde

$\frac{S}{G} = \frac{1}{289}$, so ist $k = \frac{D.T^2}{289 d.t^2}$, **folglich die Axe eines Weltkörpers zu seinen Aequator wie 1 zu $1 + \frac{D.T^2}{230 d.t^2}$.**

Die Umwälzung des Monds um seine Axe geschiehet, wie ich schon oben gedacht habe und noch weiter im folgenden beweisen werde, in Zeit von $27^t. 7^{st}. 43'. 12''$, die Erde aber drehet sich in $23^{st}. 56'. 4''$ herum, derowegen ist $\frac{T}{t}$ beynahe $= \frac{1}{27,4}$ und $\frac{T^2}{t^2} = \frac{1}{750\frac{1}{2}}$. Ferner ist nach dem **Newton** die Dichtigkeit der Erde zu der Dichtigkeit des Monds beynahe wie 4 zu 5, folglich $\frac{D}{d} = \frac{4}{5}$, und $\frac{D.T^2}{120\, d.t^2} = \frac{1}{215770}$, das ist, **die Axe des Monds verhält sich zu dem Durchmesser seines Aequators wie 215770 zu 215771, oder der Mond ist im Aequator nur um $\frac{1}{200000}$ ungefähr höher als unter den Polen.**

Da also die Schwungkraft den Mond so sehr wenig von der Kugelfigur abweichend macht, so wollen wir dieselbe gar verlassen, und sehen was die anziehende Kraft der Erde dabey auszurichten vermag. Wir müssen zu dem Ende diese Kraft vor allen Dingen uns genauer bekannt machen.

Fig. 14. Es sey C der Mittelpunkt der Schwere im Monde, T eben derselbe in der Erde, TC die gerade Linie die durch diese beyden Punkte gehet, und daher PQ der Durchmesser des Monds, welcher gerade gegen der Erde gewendet ist, AB aber derjenige, der auf dem vorigen normal stehet. Da der Mond um die Erde herum lauft, so bekommt er bekanntermassen mit allen seinen Theilen eine Kraft, sich von der Erde zu entfernen, und er würde auch würcklich sich davon immer mehr und mehr und bis ins unendliche entfernen, wenn nicht die anziehende Kraft der Erde der vorigen Kraft sich entgegen setzte, und ihr das Gleichgewicht hielte. Man beweiset es in der Mechanick, daß diese beyden Kräfte eigentlich in dem Mittelpunkte der Schwere des Monds C gleich seyn müssen, damit die Bewegung ordentlich und ungehindert um die Erde geschehen könne, ob sie schon ausser demselben verschieden sind, und die erstere zunimmt, wenn die andere kleiner wird. Es wächst nemlich die erstere, als eine Art von Schwungkraft, wie die Entfernung vom Mittelpunkte T, die andere aber, nemlich die anziehende Kraft der Erde, nimmt ab wie das Quadrat der Entfernung vom Mittelpunkte der Erde T zunimmt. Wenn also die beyden Kräfte in C $= p$, so ist die Schwungkraft in D, vermöge welcher der Punkt D von der Erde nach der Richtung DQ sich zu entfernen trachtet, $= p.\frac{TD.}{TC}$

Die anziehende Kraft der Erde aber, die den Punkt D gegen T treibt $= p.$

$= p.\frac{TC^2}{TD^2}$. Nimmt man diese von jener weg, so bleibt der Trieb des Punkts D nach C oder Q $= p\frac{TD}{TC} - p\frac{TC^2}{TD^2}$ oder $= \frac{p(TD^3 - TC^3)}{TC.TD^2}$.

Da die eigene Schwere des Monds, wenn sie in P $= q$ ist, den Punkt D gegen den Mittelpunkt mit der Kraft $q.\frac{CD}{CP}$ anziehet, so hat man durch Hinzuthun der vorigen den völligen Trieb des Punkts D gegen C

$$= q.\frac{CD}{CP} + \frac{p.(TD^3 - TC^3)}{CT.TD^2}.$$

Um diese Ausdrückung gleichartiger zu machen, so sey die Dichtigkeit des Monds zu der Dichtigkeit der Erde wie $\delta$ zu $\Delta$, alsdenn wird die Schwere auf dem Monde in P, wenn er mit der Erde gleich dicht wäre, $= q.\frac{\Delta}{\delta}$; und weil die Schwere auf unterschiedlichen gleichdichten Kugeln oder andern davon nicht viel abweichenden Körpern sich verhält wie ihre Halbmesser, so ist die Schwere auf der Erde in V $= q.\frac{\Delta}{\delta}.\frac{TV}{CP}$. folglich da ausserhalb eines Körpers diese Schwere abnimmt wie das Quadrat der Entfernung wächset, so ist sie in C $= q.\frac{\Delta}{\delta}.\frac{TV^3}{CP.TC^2}$; und dieses ist die anziehende Kraft der Erde welche den Mond in seiner Bahn erhält, und die wir vorhin $= p$ gesetzt haben. Bringt man nun in obige Ausdrückung für $p$ diesen gefundenen Wehrt hinein, so erhält man den Trieb des Punkts D gegen C

$$= q \times \left(\frac{CD}{CP} + \frac{\Delta.TV^3.DT}{\delta.CP.TC^3} - \frac{\Delta.TV^3}{\delta.CP.TD^2}\right).$$

Man setze mehrerer Bequemlichkeit halber die Schwere in P, das ist $q$ $= 1$
Den Halbmesser des Monds CP $= 1$
Den Halbmesser der Erde TV in eben diesen Maaßen $= r$
Die Weite des Monds von der Erde TC $= a$
Die Entfernung des Punkts D vom Mittelpunkte des Monds C $= x$

so verwandelt sich die vorige Ausdrückung für den Trieb des Punkts D nach C in diese

$$x + \frac{\Delta r^3}{\delta}\left(\frac{a-x}{a^3} - \frac{1}{(a-x)^2}\right).$$

Wir haben bisher den Punkt C für den Mittelpunkt der Schwere im Monde angenommen. Nun wollen wir zu erst untersuchen, ob dieser Punkt mit dem Mittelpunkte der Figur einerley, das ist, ob die Halbmesser CP und CQ einander gleich seyen oder nicht. Wir betrachten demnach CP und CQ als zwo unendlich dünne Seulen von Materie, deren Druck gegen C einander gleich seyn muß, und suchen die Höhe des leztern CQ, wenn wir annehmen daß CP $= 1$ sey. Wir nehmen dabey ferner an, daß CQ nur um eine sehr geringe Größe $m$ von CP abweiche, so daß CQ $= 1 + m$ sey.

Weil nun CD $= x$, so ist die kleine Seule Dd $= dx$, und daher ihr Gewicht nach C

$$= xdx + \frac{\Delta r^3}{\delta}\left(\frac{adx - xdx}{a^3} - \frac{dx}{(a-x)^2}\right),$$

folglich wenn man integriert, das Gewicht der Seule CD

$$= \frac{x^2}{2} + \frac{\Delta r^3}{\delta}\left(\frac{2ax - x^2}{2a^3} - \frac{1}{a-x}\right) + C.$$

Die beständige Größe $C$ muß aus dem Falle bestimmt werden, da $x = 0$, und demnach das Gewicht ebenfalls $= 0$ ist, man hat also

$$0 = 0 - \frac{\Delta r^3}{\delta a} + C, \text{ oder } C = \frac{\Delta r^3}{\delta . a},$$

folglich für das völlige Gewicht des Cylinders CD

$$x^2\left(\frac{1}{2} - \frac{\Delta r^3\,(3a - x)}{2\delta a^3\,(a - x)}\right),$$ wenn nun $x =$ CP $= 1$, so

ist das Gewicht der der ganzen Seule CP

$$= \frac{1}{2} - \frac{\Delta r^3}{2\delta a^3}\left(\frac{3a-1}{a-1}\right)$$ : Hingegen wenn $x =$ CQ $= - 1 - m$,

so ist das Gewicht der Seule CQ

$$= \frac{1}{2} + m - \frac{\Delta r^3}{2\delta a^3}\left(\frac{3a+1}{a+1}\right)$$ beynahe. Ich sage beynahe,

weil ich das Quadrat von $m$ nebst andern sehr kleinen Größen weggelassen habe. Da nun endlich diese beyden Gewichte gleich seyn müssen, so hat man,

$$\tfrac{1}{2} - \frac{\Delta r^3}{2\delta a^3}\left(\frac{3a-1}{a-1}\right) = \tfrac{1}{2} + m - \frac{\Delta r^3}{2\delta a^3}\left(\frac{3a+1}{a+1}\right)$$

Woraus $m = -\frac{\Delta r^3}{\delta a^3}\left(\frac{2a}{a^2-1}\right)$, oder nur $= -\frac{2\Delta r^3}{\delta a^4}$ gefunden wird.

**Es ist also der obere Halbmesser des Monds CQ wirklich kleiner als der untere, und verhält sich zu diesem wie $1 - \frac{2\Delta r^3}{\delta a^4}$ zu 1: oder weil, wie schon oben gemeldet worden, $\frac{\Delta}{\delta} = \frac{4}{5}$, die Weite des Monds von der Erde $a$ in Halbmessern des Monds = 220, und der Halbmesser der Erde, in eben denselben = $\frac{11}{3}$, so ist das Verhältniß von CP zu CQ, wie 1 zu $1 - \frac{2.\,4.\,11^3}{5.\,3^3.\,220^4}$, das ist wie 30,000001 zu 30,000000 beynahe.**

Nach der größten Schärfe also zu urtheilen, fände die elliptische Afterkugel bey dem Monde nicht vollkommen statt, sondern der Mond wäre vielmehr wie ein Ey gestaltet, und der spitzige Theil desselben wäre der, welcher gegen die Erde gekehret ist. Da aber der Unterschied so sehr wenig beträgt, so ist es unnöthig sich darum zu bekümmern, wir wollen vielmehr den kleinen Unterschied zwischen CP und CQ für nichts, und demnach das Gewicht der beyden Seulen CP und CQ für ganz gleich gelten lassen. Solchergestalt verwandeln sich die Ausdrückungen dieser Gewichte $\frac{1}{2} - \frac{\Delta r^3}{2\,a^3}\left(\frac{3a-1}{a-1}\right)$ und $\frac{1}{2} + m - \frac{\Delta r^3}{2\delta a^3}\left(\frac{3a+1}{a+1}\right)$ beyde in $\frac{1}{2} - \frac{3\Delta r^3}{2\delta a^3}$; mit diesen wollen wir nun das Gewicht der Seule AC oder CB vergleichen.

Wir nehmen deshalb den Mond für eine vollkommene elliptische Afterkugel an, deren grösserer Durchmesser, der zugleich die Axe derselben vorstellet, PQ, der kleinere aber AB ist; wenn also PC = CQ = 1, und AC oder CB = $1 - n$, so ist, vermöge dessen was ich oben bewiesen habe, die Schwere in P zu der in A wie $1 - \frac{1}{5}n$ zu 1, setzt man aber, wie vorhin in Bestimmung des Gewichts von CP und CQ geschehen, die Schwere in P = 1, so ist sie in A = $1 + \frac{1}{5}n$; folglich in E = $(1 + \frac{1}{5}n)\frac{CE}{AC}$. Wegen der geringen Verhältniß der Weite CE zu der Fig. 15.

Entfernung des Monds von der Erde CT kann man TC und TE für parallel gelten lassen. Weil also die anziehende Kraft der Erde und zugleich die Schwungkraft, welche durch die Bewegung des Monds um die Erde entstehet, nur nach TE oder TC wirket, so haben sie beyde auf die Schwere des Punkts E gegen C keinen Einfluß, weil die Richtung derselben auf der Richtung dieser normal ist. Es bleibt demnach die Schwere des Punkts E gegen C $= (1+\frac{1}{5}n)\frac{CE}{AC}$. Wenn nun diese mit Ee oder $d(CE)$ multipliciert wird, so kommt für das Gewicht der kleinen Seule Ee, $\frac{(1+\frac{1}{5}n)CE.\,d(CE)}{AC}$, folglich durch integrieren das Gewicht von CE $= (1+\frac{1}{5}n).\frac{CE^2}{2AC}$, und ferner das Gewicht der ganzen Seule AC $= (1+\frac{1}{5}n)\frac{AC}{2} = \frac{1}{2} - \frac{2}{5}n$ heraus. Es soll aber dieses Gewicht dem von CP gleich seyn, man hat demnach

$$\tfrac{1}{2} - \tfrac{2}{5}n = \tfrac{1}{2} - \frac{3\Delta r^2}{2\delta a^2},$$ hieraus ergibt sich $n = \frac{15.\Delta r^2}{4.\delta a^2}$.

Oder wenn man für $\frac{\Delta}{\delta}$ und $\frac{r^2}{a^2}$ ihre Wehrte $\frac{4}{5}$ und $\frac{1}{60^2}$ nimmt,

$n = \frac{1}{72000.}$ **folglich ist CP zu CA wie** 72001 **zu** 72000.

Der Durchmesser AB ist derjenige, welcher dem scheinbaren Rande des Monds auf der Erde T zugehöret, und den man folglich auf der Erde allein beobachten kann; der Durchmesser PQ aber, der um $\frac{1}{72000}$ grösser ist als jener, bleibt allezeit gegen die Erde gekehrt, und kann daher niemals auf derselben durch Beobachtung bestimmt werden. Man erkennet hieraus, daß die unmittelbare Erfahrung nicht zulänglich ist, die Figur des Monds zu bestimmen. Denn obschon der Mondsrand vollkommen zirkelrund erschiene, so wäre man doch allezeit ungewiß, ob nicht eine Ungleichheit seiner Durchmesser in der Richtung gegen der Erde, nemlich zwischen AB und PQ. statt fände; so wie es hier die Theorie der Schwere wirklich geoffenbaret hat. Zum Glücke ist diese Ungleichheit, nebst den beyden vorigen, nicht groß, und eben deswegen haben wir auch das größte Recht, den Mond in unsern künftigen Untersuchungen ohne Furcht eines Fehlers für vollkommen kugelförmicht anzunehmen. Alle Schärfe, die die Beobachtungen an dem Durchmesser des Monds gewähren können, reichet höchstens bis auf eine Sekunde eines Bogens, oder, weil der Durchmesser, wenn er am größten erscheinet, 34′ oder 2040″ beträgt, bis auf $\frac{1}{2040}$ des Monddurchmessers; eine geringere Größe zu entdecken, reichen unsere Instrumente nicht hin, und ihr gegenwärtiger Zustand, der beynahe vollkommen ist, lässet uns nicht hoffen, daß man so bald ihre Richtigkeit höher bringen werde. Nun gründen sich die folgenden Bestimmungen über die Bewegung des Monds um seine Axe und über die Lage der Mondsflecken auf dergleichen Beobachtungen: Es wird also eine Größe, die geringer ist als $\frac{1}{2040}$ des Monddurchmessers, wie alle obige Ungleichheiten der Mondkugel sind, in diesen Bestimmungen keinen merklichen Fehler bringen, wenn sie aus der Acht gelassen wird, und die Theorie der gedachten Bewegung wird mit der Erfahrung eben so gut zusammen treffen, wenn man den Mond für eine vollkommene Kugel annimmt, als wenn man die wahre Figur desselben dabey zum Grunde gelegt hätte.

Nachdem wir nun die Figur des Monds nach der Theorie betrachtet und gefunden haben, daß sie von der Kugel nicht merklich unterschieden sey; so wollen wir nunmehr auch die Erfahrung, so viel man von derselben fodern kann, dabey zu Rathe ziehen, und sehen, wiefern sie mit der Theorie übereinstimme. Es ist aber dieses Unternehmen einiger Vorbereitung benöthiget, und weil uns dieselbe inskünftige noch zu mehrern Dingen Dienste leisten kann, so will ich sie in einem besondern Abschnitte vornehmen.

# Der 4. Abschnitt.

## Von der Beobachtung des Durchmessers vom Monde.

Es ist den Sternkündigern nichts ungewöhnliches, daß sie durch verschiedene Hinderniße, die sich bey Beobachtung des Himmels äussern, genöthiget werden, den nächsten Weg zu verlassen, und dasjenige, was sie dem ersten Ansehen nach gerade zu beobachten und ausmessen könnten, durch mühsame Umwege zu suchen. Die Schärfe, nach der sie streben, ist Schuld hieran, und verleitet sie, daß sie fast zu einer jeden Erscheinung entweder ein besonders Instrument oder eine besondere Methode im beobachten wählen. Ja öfters geschiehet es, daß eine Beobachtungsart, die zu einer Erscheinung unter gewissen Umständen sehr wohl tauget, unnütz und fehlerhaft wird, wenn nur ein einziger Umstand dabey sich ändert oder dazu kommt.

Der Fall, davon gegenwärtig die Rede seyn solle, ist eben dieser Unbequemlichkeit unterworfen. Wenn man des Monds, so wie überhaupt aller Planeten, seinen scheinbaren Durchmesser, der mit dem Aequator parallel ist, abmessen will; so kann solches zwar auf eben die Art und mit eben dem Instrumente geschehen, wodurch man sonsten den Durchmesser, der perpendicular auf dem Aequator stehet, zu beobachten gewohnt ist. Allein so bald man es versuchet, wird man, wegen der stetigen Fortrückung des Monds nach seiner täglichen Bewegung, solche Schwierigkeiten finden, die nimmermehr gestatten, daß man die gesuchte Richtigkeit in Bestimmung des Monddurchmessers erhalte. Dieser Ursache wegen haben die Sternkündiger eine andere Methode erdacht, und eben die tägliche Bewegung des Monds muß ihnen nun dazu dienen, eine Untersuchung zu befördern, die sie vormals gehindert hat. Sie pflegen die Zeit genau zu bemerken, welche der Mond, wenn er voll ist, nach seiner täglichen Bewegung zubringt, durch einen Stundenzirkel zu gehen; oder deutlicher, die Zeit welche von dem Durchgange des westlichen Mondrands bis zu dem Durchgange des östlichen verstreichet, und aus dieser Zeit können sie alsdenn den scheinbaren Durchmesser des Monds mittelst einer darüber anzustellenden Rechnung beynahe so scharf herleiten, als wenn sie ihn mit dem Mikrometer unmittelbar abgemessen hätten. Wenigstens ist es möglich auf solche Weise den Durchmesser des Monds zu bekommen, obschon die Regeln zu der dahin gehörigen Rechnung meines Wissens bisher nirgends hinlänglich sind angegeben worden. Denn diejenigen, deren sich die Sternkündiger auf eben diese Art bey Beobachtung des Durchmessers der Sonne bedienen, lassen sich bey dem Monde wegen seiner täglichen scheinbaren Geschwindigkeit, die von der Sonne ihrer verschieden ist, und wegen seiner nicht allzugrossen Entfernung von der Erde keineswegs sicher anwenden. Ich will also hier diese Regeln für den Mond besonders aus den gehörigen Gründen anzugeben mich bemühen, und dabey von dem Falle anfangen, da man sich vorstellet, der Mond würde aus dem Mittelpunkte der Erde beobachtet.

Gleich bey dem ersten Anblicke erkennet man, daß die Zeit, welche der Mond anwendet, bis sein ganzer Durchmesser durch den Stundenzirkel gehet, von der Geschwindigkeit seiner täglichen Bewegung abhange. Denn wenn er sich geschwinder beweget, so wird diese Zeit kürzer, und im Gegentheil wenn er langsamer gehet, länger werden. Wenn man also die Zeit weiß, in welcher der Mond nach der täglichen Bewegung einen bekannten

Bogen am Himmel durchlauft, zum Exempel, die Zeit] welche er braucht den ganzen Himmel durchzugehen, so wird man alsdenn seine Geschwindigkeit, und folglich aus der Zeit des Durchgangs seines Durchmessers auf den Durchmesser selbst schließen können. Diese Zeit beträgt wie aus der Sternkunde bekannt ist, ungefähr eine Stunde mehr als ein natürlicher Sonnentag, das ist bey 25 Stunden; bisweilen weniger, und bisweilen wieder mehr, nachdeme die eigene Bewegung des Monds langsamer oder geschwinder ist. Man kann sie entweder aus den astronomischen Tafeln berechnen, oder sich eines Vortheils bedienen, wenn man astronomische Tagebücher oder Kalender hat, worinnen auf alle Tage des Jahrs die Zeit angesetzt ist, da der Mond culminiert oder durch den Mittagskreis gehet. Denn man darf nur darinn nachsehen, zu welcher Stunde und Minute der Mond an dem Tage, da man seinen Durchmesser auf vorgedachte Art bestimmen will, und an dem vorhergehenden oder folgenden durch den Mittagskreis gehet, so weiß man aus dem Unterschiede dieser Zeiten, wie lange er braucht den ganzen Raum des Himmels, oder 360 Grade durchzulaufen; und man kann ohne merklichen Fehler annehmen, daß die tägliche Bewegung des Monds binnen dieser Zeit, aus dem Mittelpunkte der Erde betrachtet, gleichförmig sey. Bey meinen eigenen Beobachtungen, die ich im folgenden anführe, werde ich diese Zeit aus dem astronomischen Kalender nehmen, den die königl. Preußische Akademie der Wissenschaften jährlich heraus zu geben pfleget, und worinnen die Zeit der Culmination des Monds für alle Tage bis auf Minuten bestimmt zu finden ist; schärfer, oder bis auf Sekunden, hat man sie zu gegenwärtigem Vorhaben nicht nöthig.

Der Bogen des Himmels, den der Mond währender Zeit seines täglichen Umlaufs durchwandert, ist gemeiniglich wegen der Abweichung des Monds ein sogenannter Parallel des Aequators, und folglich kleiner als der Aequator selbst, der einer der größten Zirkel der Kugel ist. Da man also gewohnt oder vielmehr gezwungen ist, die Durchmesser der Gestirne, wie überhaupt alle Größen am Himmel, durch Theile eines solchen größten Zirkels auszumessen, so muß der Parallel des Monds, den wir zu der Bestimmung seines Durchmessers nöthig haben, ebenfalls in solche Theile verwandelt werden. Nun ist aus der Sphärick klar, daß der Umkreis eines Parallels zu dem Umkreise des Aequators, oder überhaupt eines größten Zirkels, sich verhält wie der Cosinus der Abweichung des Parallels zum Radius. Wenn demnach die Abweichung des Monds $= \delta$, und der Umkreis des Aequators $360°$ oder $1296000''$ hält, so hält der Parallel, in welchem sich der Mond befindet, $1296000 \cos \delta$.

Man setze ferner die Zeit des täglichen Umlaufs des Monds in Minuten $= m$, folglich in Sekunden $= 60\,m$; die Zeit, in welcher der Mond durch den Stundenkirkel gehet, in Sekunden der Zeit $= t$, und dann den scheinbaren Durchmesser des Monds in Sekunden eines Bogens $= D$, so ist vermöge dessen was bisher gesagt worden

$$60\,m : 1296000 \cos\delta = t : D;\ \text{folglich}$$

$$D = \frac{21600\,t \cos\delta}{m}$$

Nach dieser Formel ließe sich demnach der Durchmesser des Monds, wie er im Mittelpunkte der Erde erscheinet, aus der Zeit seines Durchgangs leicht bestimmen, wenn die Zeit $t$ auch in dem Mittelpunkte der Erde wäre beobachtet worden. Man kann aber beweisen, daß diese Zeit an einem Orte auf der Oberfläche der Erde eben so groß ist, als im Mittelpunkte derselben.
Fig. 16. Denn obschon der Durchmesser des Monds an dem Orte O gemeiniglich grösser erscheinet, als in dem Mittelpunkte O, weil er näher bey jenem als bey diesem ist, und man daher schliessen möchte, als wenn er daselbst auch mehr Zeit anwenden müßte, durch den Stundenzirkel zu gehen, als hier: So ist doch zugleich in Betrachtung zu ziehen, daß die scheinbare tägliche Geschwindigkeit des Monds in O ebenfalls nach der nemlichen Verhältniß grösser wird als in C; wodurch also dasjenige, um welches der Durchmesser des Monds auf der Oberfläche der Erde O grösser scheinet, durch die zugleich geschwinder scheinende Bewegung wieder eingebracht wird. Folglich darf man in die obige Formel für $t$ allezeit nur diejenige Zeit annehmen, in welcher der Durchmesser des Monds auf der Oberfläche O durch den Stundenzirkel zu gehen beobachtet worden. Wird nun zugleich für $\delta$ die wahre Abweichung des Monds genommen, nemlich die, wie sie im Mittelpunkte der Erde ist, und die man gleichfalls aus der Mondentheorie oder aus den astronomischen Tagebüchern haben kann, so wird durch die Auflösung der Formel $D = 21600\,t \cos\delta$ der Durchmesser des Monds $D$ heraus kommen, wie er im Mittelpunkte der Erde erscheinet.

Zum Beyspiel, den 29 Julius des abgewichenen Jahrs 1749 abends um 9 Uhr wahrer Zeit beobachtete ich die Zeit, in welcher der Durchmesser des Vollmonds durch den Stundenzirkel gienge, und sie betrug 2'. 24" oder 144" nach der Uhr die damals mit der mittlern Bewegung der Sonne beynahe überein kam. Weil nun vermöge des Berl. astronomischen Kalenders der Mond an diesem Tage um 12 Uhr 13', am vorhergehenden aber um 11 Uhr 15' durch den Mittagszirkel gienge, so ist die Zeit in welcher

cher er den ganzen Himmel durchliefe 24St. 58′. Die wahre Abweichung des Monds war damals 16°. 18′ südlich

folglich hat man $t = 144''$.
$m = 24.\ 58 = 1498$
und $\delta = 16^{\circ}.\ 18'$

und ferner

$$
\begin{aligned}
l\ 21600 &= 4.33445 \\
lt &= 2.15836 \\
l\cos\delta &= 9.98218 \\
c.\ ar.\ lm &= \underline{6.82449} \\
lD &= 3.29978
\end{aligned}
$$

Derowegen ist $D = 1993''$; oder der scheinbare Durchmesser des Monds für den Mittelpunkt der Erde war 33′. 13″.

Hat man auf solche Art den Durchmesser des Monds, wie er im Mittelpunkte der Erde oder an einem Orte oben auf derselben im Horizonte erscheint, gefunden, so kann man solchen alsdenn gewöhnlichermassen auf eine jede Höhe über dem Horizonte einrichten, wenn man es nöthig befindet. Denn die Sternkündiger haben hierzu gewisse Tafeln berechnet, in welchen man sehen kann, um wie viel der scheinbare Durchmesser des Monds auf einer jeden Höhe desselben grösser ist als im Horizonte. Weil wir inskünftige dergleichen Verwandlung öfters vorzunehmen haben werden, so will ich ein solches Täfelein hieher setzen, und was den Grund desselben betrift, Kürze halber mich auf meine Abhandlung von der Parallaxe des Monds beruffen.

## Tafel über die Zunahme des Monddurchmessers für eine gegebene wahre Höhe über dem Horizonte.

| Höhe ° | 29½' " | 30' " | 30½' " | 31' " | 31½' " | 32' " | 32½' " | 33' " | 33½' " | 34' " |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 10 | 5 | 5 | 5 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 15 | 7 | 8 | 8 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 10 |
| 20 | 10 | 10 | 10 | 11 | 11 | 11 | 11 | 12 | 12 | 13 |
| 25 | 12 | 12 | 13 | 14 | 14 | 14 | 14 | 15 | 15 | 16 |
| 30 | 14 | 15 | 15 | 16 | 16 | 17 | 17 | 18 | 18 | 19 |
| 35 | 16 | 17 | 17 | 18 | 19 | 19 | 19 | 20 | 21 | 22 |
| 40 | 18 | 19 | 19 | 20 | 21 | 21 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| 45 | 20 | 21 | 21 | 22 | 23 | 23 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| 50 | 22 | 22 | 23 | 24 | 25 | 25 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| 55 | 23 | 24 | 25 | 25 | 26 | 27 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 60 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 29 | 30 | 31 | 32 |
| 65 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 32 | 33 |
| 70 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 33 | 34 |
| 75 | 27 | 28 | 29 | 29 | 31 | 32 | 33 | 34 | 34 | 35 |
| 80 | 28 | 29 | 30 | 30 | 32 | 32 | 34 | 35 | 35 | 36 |
| 85 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 |
| 90 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 |

Nach diesem Täfelein müssen also zu dem vorhingefundenen Durchmesser des Monds 33'.13" noch 9" addirt werden, weil der Mond dazumal ungefähr 14 Grad hoch stund, alsdenn erhält man 33'.22"; und so groß würde der Mond in seinem Durchmesser geschienen haben, wenn man ihn durch ein Mikrometer wirklich abgemessen hätte.

Auf solche Art verfähret man, wenn der Durchmesser des Monds aus der Zeit seines Durchgangs soll ausgefunden werden. Es kommt aber bisweilen die Sache umgekehrt vor, da man nemlich diese Zeit aus dem gegebenen oder beobachteten Durchmesser des Monds finden will. Die Auflösung dieses Falls steckt in der vorigen Gleichung, $D = 21600\, t \cos\delta$, wenn man darinnen die Größe $t$, welche die verlangte Zeit bedeutet, auf eine Seite bringet. Denn da kommt $t = \frac{m D}{21600 \cos \delta}$.

Reduciert man demnach den beobachteten Durchmesser des Monds vermittelst obigen Täfeleins auf den Horizont oder auf den Mittelpunkt der Erde, so bekommt man die rechte Größe von D, und durch die Auflösung des Ausdrucks $\frac{m D}{21600 \cos \delta}$ auch die Zeit $t$ in welcher der Mond durch den Stundenzirkel gehet. Ein Beyspiel dieser Rechnungsart wird nicht undienlich seyn.

J. J. 1749 den 4 Merz Nachts um 11 Uhr 30′ beobachtete ich den scheinbaren Durchmesser des Monds, der damals ungefähr 39 Grad hoch stund, und fand ihn $= 30'.2''$; da nun aus dem oben gesetzten Täfelein für die Höhe 39°, von dem Durchmesser 19″ müssen abgezogen werden, so war derselbe für den Mittelpunkt der Erde $= 29'.43''$, wozu wegen der Refraction noch 2″ müssen addirt werden, weil der Durchmesser beynahe nach dem Vertical war gemessen worden, alsdenn kommt $D = 29'.45'' = 1785$; ferner war aus dem Berliner astronomischen Kalender die wahre Abweichung des Monds $\delta = 0°.32'$ südlich, und die Zeit $m$ in welcher der Mond um den Himmel herum lief $= 24^{St}.41'$ oder $= 1481'$.

Daher ist

$$
\begin{aligned}
\log m &= 3.17055 \\
l\ D &= 3.25164 \\
c.ar.l\ 21600 &= 5.66555 \\
c.ar.l \cos \delta &= 0.00002 \\
\hline
l t &= 2.08776,
\end{aligned}
$$

folglich $t = 122,4$ oder der Mond brauchte $2'.2''\tfrac{4}{10}$ Zeit, bis er durch den Stundenzirkel gienge.

Diese bisher angewiesene Methode den Durchmesser des Monds aus der Zeit seines Durchgangs, oder umgekehrt, diesen aus jenem zu finden, hat, wie man leicht siehet, ihren richtigen Grund, und das vorzügliche daran ist, daß die Strahlenbrechung dabey keine Unrichtigkeit verursachen kann. Denn da bey der Beobachtung des Durchgangs der vordere Mondsrand in eben der Höhe durch den Stundenzirkel gehet, als der folgende, so wird die darzwischen verflossene Zeit durch die Strahlenbrechung weder verlängert noch verkürzt, und der Durchmesser, den man daraus berechnet, wird folglich eben so heraus kommen, als wenn die Strahlen durch unsere

Luft nicht gebrochen würden. Inzwischen möchte die Ausübung dieser Methode nicht allezeit zum leichtesten seyn; insonderheit in dem Falle, da man keine astronomische Tagebücher oder Kalender bey der Hand hat, woraus man die Abweichung des Monds und die Zeit zwischen zweyen Culminationen desselben, zum Voraus berechnet finden kann. Um dieser Ursache halben will ich noch einen andern Weg anzeigen, wobey man nichts vorauszusetzen nöthig haben sondern alles, was dazu gehöret, durch wirkliche Beobachtung zu bestimmen vermögend seyn wird.

Ich habe vorhin schon gesagt, daß man die Geschwindigkeit des Monds wissen müße, wenn man eine Vergleichung unter dem Durchmesser des Monds und der Zeit seines Durchgangs anstellen will. Das ist, man muß die Zeit bekannt haben, in welcher er einen bekannten Bogen am Himmel durchlauft. An statt daß wir nun im vorigen diese Zeit aus den Kalendern oder Tagebüchern genommen haben, so kann man solche auch wirklich unmittelbar beobachten. Nicht zwar, als wenn man die Zeit des ganzen Umlaufs von einer Culmination bis zur andern beobachten solte, denn dieses würde nicht allein an sich selbst etwas beschwerlich, sondern auch wegen trüben Wetters oder anderer Hindernisse zuweilen unmöglich seyn. Nein, sondern nur eine Zeit von etlichen Minuten, die mit gehöriger Schärfe abgezehlet worden, diese wird eben so gut zu unserm Vorhaben dienen, als vorhin ein ganzer Mondentag. Die Beobachtung selbst muß auf folgende Weise angestellet werden.

In dem Brennpunkte eines astronomischen Fernglases spannet man zwey zarte Seidenfäden oder Silberdräte aus, die genau miteinander parallel und so weit voneinander stehen, als es die Oefnung des Fernglases erlaubet. Man untersuchet sodenn nach der bey den Sternkündigern gewöhnlichen Weise, wie groß der Bogen ist, welchen diese Fäden von einem der größten Zirkel am Himmel einnehmen, nemlich wie viel Minuten und Sekunden derselbe aufs schärfste in sich begreifet. Wenn man etwas richtiges erhalten will, so muß diese Oefnung der Fäden wenigstens einen halben Grad antragen. Wenn man nun noch einen andern Faden quer über die vorigen beyde und mit denselben nach einem rechten Winkel ausspannet, so hat man alles zur Beobachtung zubereitet. Zu der Zeit, da man nun den Durchmesser des Monds beobachten will, richtet man das Fernglas mit seinen Fäden gegen den Mond, und stellet vermittelst einer parallaktischen Maschine den Querfaden also, daß die scheinbare Bewegung des Monds genau mit demselben parallel gehe, welches man erkennet, wenn der obere oder untere Rand, oder ein Mondsflecken, immer hinter diesem Faden fort-gehet, ohne daß er über denselben herauf oder unter ihn hinunter steige. Man wählet sodenn den vordern oder hintern Mondsrand, oder einen kleinen deutlichen Flecken, und zehlet auf der Pendeluhr die Sekunden ab, welche verstreichen von dem Augenblicke an, da der Rand oder der Flecken in dem vordern Parallelfaden stehet, bis er zu dem folgenden Faden kommt; währender Zeit man das Fernglas unbeweglich stehen läßt. Solchergestalt weiß man die Zeit, die der Mond brauchet, nach seiner täglichen Bewegung den Bogen, der so groß ist als die Oefnung der Fäden, durchzugehen, und wenn man zugleich die Zeit des Durchgangs des Monddurchmessers durch den Stundenzirkel beobachtet hat, so wird man nach Maaßgebung der vorigen Zeit und ihres Bogens schließen können, wie groß der Bogen sey, welcher der Zeit des Durchgangs zukommt, das ist, wie groß der scheinbare Durchmesser des Monds in Minuten und Sekunden eines Bogens sey.

Zum Beyspiel, J. J. 1749 den 4 Merz abends um ungefehr $11^{u}. 30'$, beobachtete ich, daß der Mondsrand von einem Parallelfaden bis zum andern zu gehen $142''$ Zeit zubrachte; die Weite dieser beyden Fäden betrug $34'. 56''$. Da nun eben damals der Durchmesser des Monds in $122'',1$ durch den Stundenzirkel gienge; so schließet man

$142'',0$ geben $34'.56''$, was $122'',1$? alsdenn kommen $30'. 2''$;

und so groß wäre der scheinbare Durchmesser des Monds für den obigen Tag und Stunde. Man siehet leicht, daß sich dieses auch umkehren lasse, und daß man aus dem gegebenen Durchmesser des Monds die Zeit seines Durchgangs finden könne, wenn die Beobachtung auf die vorige Art angestellet worden. Wenn also im vorigen Beyspiel der Durchmesser des Monds $30'. 2''$ wäre gegeben gewesen, und man hätte geschlossen

$34'. 56''$ geben $142'',0$ was $30'. 2''$? so würden $122'',1$ oder $2. 2'' \frac{1}{10}$ für die Zeit heraus gekommen seyn, in welcher der Mond durch den Stundenzirkel gegangen ist.

Es hat zwar diese Methode in Ansehung der vorigen den Mangel, daß wegen der Strahlenbrechung dabey einige Unrichtigkeit mit unterlaufen kann. Denn der Durchmesser des Monds, den man dadurch berechnet hat, ist eigentlich nicht der wahre, sondern da er nach dem Parallelzirkel genommen worden, diese Zirkel aber mit dem Vertikal nur selten rechtwinklicht sind, so ist er durch die Strahlenbrechung um etwas weniges verkürzt worden. Ich habe aber durch eine angestellte Rechnung gefunden, daß diese Verkürzung, und folglich der Fehler, den man auf solche Art begehen kann, über einer Höhe von 25 Graden in den Gegenden von Europa kaum noch eine Sekunde austrage, auf grössern Höhen aber gar nicht mehr zu spühren sey; sonderlich wenn der Mond noch dazu nicht weit vom Mittagszirkel entfernt ist. Um dieser Ursache halben habe ich nicht allein zu zeigen unterlassen, wie diese Verkürzung wirklich könnte berechnet werden, sondern auch geglaubt, diese letztere Methode könnte gar wohl zu gebrauchen seyn, ohne daß man sich dabey wegen der Strahlenbrechung ein Gewissen machen dörfte; wenn man nur sich derselben in keinem Fall bedienet, da der Mond niedriger als 15 bis 20 Grade oder auch gar zu weit vom Mittagszirkel stehet. Da übrigens die erste Art auf den Durchmesser des Monds für den Mittelpunkt der Erde, die andere aber für den Ort der Beobachtung oben auf derselben eingerichtet ist, so können sie beyde, wenn es die Umstände erlauben, zugleich gebraucht und eine desto mehrere Richtigkeit erhalten werden.

# Der 5. Abschnitt.

## Bestimmung der Figur des Monds aus den Beobachtungen.

Nunmehr sind wir im Stande die Figur des Monds, die wir vorhin aus der Theorie bestimmt haben, auch durch die unmittelbare Erfahrung auszuforschen. Die Theorie hat gezeigt, daß der Mond von der Figur einer Kugel gar nicht merklich abweiche, und eben dieses wird auch die Erfahrung an die Hand geben, wenn nemlich der Durchmesser des Monds von Abend gegen Morgen gemessen, dem von Mittag gegen Mitternacht gleich befunden wird, wenigstens wird daraus folgen, daß der Rand des Monds, der gegen uns gekehret ist, oder den wir auf der Erde wahrnehmen können, die Figur eines Zirkels habe.

Um bey dieser Untersuchung mich nicht auf meine eigenen Beobachtungen allein zu berufen, und um zu zeigen, daß andere und geübtere Sternkündiger eben dasjenige, was ich gefunden habe, bekräftigen, so hatte ich mir anfangs die Mühe genommen unter den Beobachtungen der engländischen und französischen Sternkündiger und zwar eigentlich in **Flamsteds** und des Herrn **le Monnier** Himmelshistorien, diejenigen, die hieher gehören, auszulesen. Nachdem ich aber sie wirklich unter die Rechnung genommen hatte, so befand ich, daß dieselben zur Bestimmung der Figur des Monds, nach der Schärfe die ich verlangte, nicht hinreichend waren. Ein Unterschied zwischen dem horizontalen und vertikalen Durchmesser des

Monds von mehr als ¼ Minute, um welche jener bald grösser bald kleiner heraus kam als dieser, schien mir etwas zu groß, als daß ich mir getraute einen sichern Schluß daraus zu machen; alles was ich aber inzwischen dabey abnehmen konnte, war dieses, daß der Mond, wo er ja nicht ganz rund erscheinet, doch wenigstens in seinen verschiedenen Durchmessern keinen grössern Unterschied zeigen müsse, als etwan von 8″ bis 10 Sekunden.

Ich habe also diese Beobachtungen selbst nicht hersetzen, sondern ganz allein bey meinen eigenen verbleiben wollen. Es ist zwar derselben eben nur eine geringe Anzahl, weil seit der Zeit, da ich den Mond zu beobachten angefangen habe, die dazu erforderlichen Umstände und das heitere Wetter sich nicht allemal vereiniget haben; inzwischen werden sie doch so viel beweisen, als ich glaube, daß in gegenwärtiger Sache nöthig seyn kann.

Eigentlich sollten auch solcherley Erfahrungen genau in derjenigen Stunde vorgenommen werden, in welcher der Mond ganz voll ist. Denn ausser dieser Zeit bekommt man nicht den ganzen Durchmesser des Monds, sondern nur die Breite desjenigen Stücks, welches von der Sonne erleuchtet ist. Allein, wenn man nur nicht allzulange und über 6 Stunden vor oder nach dem Vollmonde beobachtet, so hat man von dieser Seite wenig Betrug zu befürchten. Sollte auch dieses wegen üblen Wetters, oder wenn der Vollmond bey Tage einfället, sich nicht schicken, wie mir bisweilen wiederfahren, so kann doch durch eine darüber anzustellende Rechnung der beobachtete Durchmesser des Monds leicht vollend ergänzet werden. Die Methode, wornach diese Rechnung geschiehet, ist schon bey andern abgehandelt worden, und um mich nicht allzulange aufzuhalten, werde ich nur anzeigen, wie viel bey jeder der folgenden Beobachtungen diese Verbesserung austräget. Hier sind die Beobachtungen selbst, mit dem was daraus folget

1.) J. J. 1748 den 13 April abends um 9ᵘ.30′, da der Mond ungefähr 18 Grade hoch stund, beobachtete ich die Zeit, in welcher er durch den Stundenzirkel gieng 137″,5; die wahre Abweichung des Monds war damals 14°. 44′ südlich, und er gieng von einer Culmination zur andern in 24ᶠ. 53′, folglich war der Durchmesser für den Mittelpunkt der Erde 32′. 4″, oder, weil der Vollmond 4 oder 5 Stunden vorher war, 32′.5″. Der beobachtete Durchmesser hielte 32′. 12″, oder, wenn man ihn auf den Mittelpunkt der Erde reduciert, 32′. 6″, und folglich jener, als der parallele, gegen diesem, als dem auf den Aequator normalen Durchmesser, nur um 1″ kleiner.

2.) Den 10 Junii eben desselben Jahrs, abends um 11ᵘ. 30′ und also 13 Stunden nach dem Vollmonde in einer Höhe von $15\frac{1}{2}$ ° war die Zeit des Durchgangs 155″, 6, die Abweichung des Monds 26°. 30′ südlich, die Zeit zwischen den zweyen nächsten Culminationen 25st. 5′; folglich der parallele Durchmesser im Mittelpunkte der Erde 33′. 19″, oder wegen vorher schon geschehenen Vollmonds 33′. 24″. Der normale Durchmesser hielte nach der Beobachtung 33′. 16″, und im Mittelpunkte der Erde 33′. 12″, folglich schien jener um 12″ grösser als dieser.

3.) Den 10 Julii desselben Jahrs um Mitternacht war die Zeit des Durchgangs 152″, 3, die wahre Abweichung des Monds 22°. 52′ südlich, und die Zeit zwischen den beyden nächsten Culminationen 25st. 2′; folglich der parallele Durchmesser 33′. 38″, oder weil der Vollmond 7 Stunden vorher geschahe, 33′. 40″. Die Beobachtung gab den normalen Durchmesser, in der Höhe von 17 Graden, 33′. 39″, und also für den Mittelpunkt der Erde 33′. 34″. Der Unterschied beträgt demnach 6″, um welche der parallele Durchmesser grösser wäre als der normale.

4.) J. J. 1749 den 4 Merz eine halbe Stunde vor Mitternacht beobachtete ich die Zeit, in welcher der Mond durch den Stundenzirkel gieng, 122″, 4. Die Abweichung des Monds war damals 0°. 32′ südlich, und er brauchte von einer Culmination zur andern 24st. 41′; es war also der Durchmesser für den Mittelpunkt der Erde 29′. 45″, oder, wenn man wegen 15 Stunden vorher geschehenen Vollmonds 7″ hinzusetzt, 29′. 52″. Die Beobachtung gab den normalen Durchmesser für den Mittelpunkt der Erde 29′. 45″, und folglich wäre jener um 7″ grösser als dieser.

5.) Eben desselben Jahrs den 2 April um 11ᵘ. 50′ nachts, und nur etwan $\frac{1}{4}$ einer Stunde vor dem Vollmonde war die Zeit des Durchgangs 126″, 3, die Abweichung des Monds 9°. 37′ südlich, die Zeit zwischen den zweyen nächsten Culminationen 24st. 44′; folglich der Durchmesser 30′. 13″. Der beobachtete Durchmesser nach der normalen Richtung auf den Aequator hielte in der Höhe von 30 Graden 30′. 29″, und im Mittelpunkte der Erde 30′. 16″, jener schien also um 3″ kleiner als dieser.

6.) Den 2 May eben dieses Jahrs abends um 10ᵘ. 45′ war die Zeit des Durchgangs 138″, 7, die wahre Abweichung 21°. 10′ südlich, die Zeit von einer Culmination zur andern 24st. 52′, und also der Durchmesser 31′. 12″; weil der Mond damals $8\frac{1}{2}$ Stunden von der Opposition entfernt war, so ist der eigentliche Durchmesser 31′. 15″. Die Beobachtung zeigte den normalen Durchmesser, in der Höhe von 17 Graden, 31′. 8″, und also im Mittelpunkte

telpunkte der Erde 31'.4". Der Unterschied ist 11", um welche der parallele Durchmesser grösser wäre als der normale.

7.) Endlich war den 29 Julii eben dieses 1749sten Jahrs abends um 9 Uhr die Zeit des Durchgangs 144",0, die Abweichung des Monds 16° 18' und die Zeit zwischen der vorhergehenden und nächstfolgenden Culmination 24st. 58'. Demnach der Durchmesser des Monds 33'.13", oder, weil der Mond $3\frac{1}{2}$ Stunde vorher voll gewesen, 33'.14"; der beobachtete normale Durchmesser betrug in der Höhe von 13 Graden 33'.25" und also im Mittelpunkte der Erde 33'.24"; gegen welchem folglich jener um 11" kleiner geschienen hatte.

Bey der ersten und vierten Beobachtung habe ich noch etwas anders angemerkt, woraus der Durchmesser des Monds, nach der im vorhergehenden Abschnitte gezeigten zweyten Art, kann hergeleitet werden. Ich fand nemlich, daß der Mond bey jener in 775",0 nach meinem Mikrometer 182'. 14"; bey dieser aber in 1651",5 nach eben demselben 405'.23" durchliefe. Wenn man nun hiernach die Zeiten des Durchgangs 137",5 und 122,"4 proportioniert, so kommt für den parallelen Durchmesser dort 32'.20", hier aber 30'.3", und nach geschehener Reduction auf den Mittelpunkt der Erde 32'.10" und 29'.44". Da nun die beobachteten Durchmesser für den Mittelpunkt der Erde 32'6", und 29'.45" waren, so war der parallele Durchmesser in der ersten Beobachtung um 4" grösser, in der vierten aber um 1" kleiner, als der normale.

Um das, was bisher gesagt worden, auf einmal übersehen zu können, will ich die gefundenen Unterschiede zwischen dem parallelen und normalen Durchmesser des Monds hier zusammen hersetzen, und dasjenige um welches jener grösser als dieser geschienen hat, mit dem Zeichen +, das gegenseitige aber mit — bemerken.

| | |
|---|---|
| Aus der 1 Beobachtung | — 1 |
| oder | + 4 |
| aus der 2 . . . . . | + 12 |
| aus der 3 . . . . | + 6 |
| aus der 4 . . . . . | + 7 |
| oder . . . | — 1 |
| aus der 5 . . . | — 3 |
| aus der 6 . . . | + 11 |
| und aus der 7 . . . | — 11 |

Wenn die Durchmesser des Monds unter sich wirklich ungleich wären, so müßte die Beobachtung den Unterschied auch wirklich immer gleich groß zeigen. Denn da der Mond beynahe immer einerley Seite gegen uns kehret, so siehet man keine Ursache, warum der Rand seine Figur wirklich ändern sollte. Es muß also die Verschiedenheit unter den gefundenen Unterschieden den Fehlern der Beobachtungen zugeschrieben werden. In der That ist es auch sehr leicht einen Fehler, der so groß ist als einer von den gefundenen Unterschieden, zu begehen. Man darf in der Zeit des Durchgangs nur um eine einzige Sekunde fehlen, so beträgt solche in dem Durchmesser des Monds schon mehr als der größte von den vorigen Unterschieden.

Ueberhaupt siehet man hieraus, daß der Mondsrand nicht viel von einem Zirkel abweichen müße. Denn obzwar aus der zweyten und sechsten Beobachtung der parallele Durchmesser um 11 oder 12″ grösser heraus gekommen ist, als der normale, so gibt doch die letzte denselben wieder um eben so viel kleiner, und heben sich also einander auf. Will man einen gewissern Schluß machen, so darf man nur, nach der in dergleichen Fällen gewöhnlichen Weise, die Summe aller gefundenen Unterschiede, nemlich $-1+4+12+6+7-1-3+11-11$ oder $+24$ durch ihre Anzahl 9 dividieren, alsdenn kommt gleichsam durch ein Mittel $+2\frac{2}{3}''$; und man kann sagen, daß vermöge dieser Beobachtungen der Durchmesser des Monds, der mit dem Aequator parallel ist, um 2″ oder 3″ grösser sey, als derjenige, der auf demselben normal ist. Ein Unterschied, der, wenn er auch wirklich statt fände, doch, wegen seiner Kleinigkeit, nicht verhindern könnte, den Mond in der folgenden Untersuchungen für eine vollkommene Kugel anzunehmen.

Und dieses letztere werde ich auch wirklich thun. Die Theorie der Schwere hat nichts merkliches gezeiget, so einer solchen Voraussetzung entgegen wäre, und die Erfahrung, so viel man von ihr fordern kann, stimmt ebenfalls damit überein. Nur einen Zweifel muß ich noch heben, der einige irre machen könnte.

In dem hier in Nürnberg durch Herrn D. **Adelbulner** herausgegebenen Commercio astronomico, (*) wird, aus einem Briefe des schwedischen Sterngelehrten **Celsius**, angeführet, die Herren **Cassini** und **Godin** zu Paris hätten aus ihren Beobachtungen den vertikalen Durchmesser des Monds um eine halbe Minute oder 30″ grösser gefunden, als den horizontalen. Und ich erinnere mich, an einem andern Orte, der mir jetzt

(*) Tom. II. p. 81.

nicht beyfällt, gelesen zu haben, daß der Herr **Caſſini** dieſen Unterſchied veränderlich und bisweilen 15″, zu anderer Zeit aber gar 45″ groß beobachtet habe. Inzwiſchen habe ich nirgends die Beobachtungen ſelbſt, woraus ſolches geſchloſſen worden, antreffen können; und es ſcheinet, als wenn dieſe Sternkündiger ſelbſt nach der Hand ihre Erfahrungen verworfen hätten, weil ſie ſo bald wieder davon ſtille geſchwiegen. Ich hoffe deswegen, daß man daraus gegen meine eignen Beobachtungen und die dadurch hergeleitete Kugelfigur des Monds keinen Einwurf machen werde; da ich nicht nur meine Erfahrungen ſelbſt vor Augen gelegt, ſondern auch die Rechnungsart, wodurch man aus denſelben auf den Durchmeſſer des Monds ſchließen kann, ausgeführt und bewieſen habe. **Celſius** meynet zwar an dem gedachten Orte, die **caſſiniſche** Erfahrung aus der Parallaxe des Monds zu rechtfertigen, indem er ſagt, der vertikale Durchmeſſer müße deswegen gröſſer erſcheinen als der horizontale, weil die Parallaxe den untern Mondsrand mehr erniedriget als den obern. Allein, es iſt leicht zu ſehen, daß er ſich betrüget. Der vertikale Durchmeſſer wird zwar aus gemeldter Urſache vergröſſert: Er iſt es aber nicht allein, der vergröſſert wird, denn zu gleicher Zeit erſcheinet die ganze Mondſcheibe nach eben der Verhältniß gröſſer; und dieſe Vergröſſerung iſt eben diejenige, davon ich im vorhergehenden Abſchnitte eine beſondere Tafel berechnet habe. Wenn der Mond eine kuglichte Figur hat, ſo wird ſein Rand als ein Zirkel erſcheinen, er mag auch angeſehen werden, an welchem Orte und in welcher Entfernung man will, wie ein jeder, der nur in etwas in der Sehkunſt unterrichtet iſt, leicht begreifen wird. Wir verlaſſen daher endlich die Figur des Monds, dabey wir uns ohnehin etwas länger als ich vermeynte, aufgehalten haben, und verfolgen unſere Theorie über die Bewegung des Monds um ſeine Axe, als eine Sache, die uns näher anlieget.

# Der 6. Abſchnitt.

## Anmerkungen über die folgenden Beobachtungen der Mondsflecken.

Diejenigen, welche die Bewegung der Mondsflecken zuerſt wahrnahmen und die Veränderungen, die dadurch auf der ſichtbaren Mondſcheibe entſtehen, durch eine Theorie zu erklären den Vorſatz faßten, bedienten ſich zu ihrem Endzwecke zu gelangen ſolcher Flecken, die vor andern deutlich und dabey nicht weit von dem Rande des Monds entfernet waren;

dergleichen sind nach der Benennung des Riccioli die Flecken Grimaldus, Tycho, Endymion, Plato und Mare Crisium. Der Mangel, den sie damals an gehörigen Instrumenten litten, gestattete nicht, die Bewegung der Flecken zu bemerken, die nahe um den Mittelpunkt des Monds befindlich sind; sondern weil sie alles nur nach dem blossen Augenmaaße schätzen mußten, so war es ihnen leichter auf die nahe an dem Rande stehenden Acht zu geben, und ihre verschiedene Annäherung und Entfernung abzumessen.

Indessen ist aus der Sehkunst klar, daß die scheinbare Bewegung der Mondsflecken in der Gegend des Mittelpunkts viel merklicher seyn müsse, als an dem Rande. Daher werden auch die Flecken an jenem Orte viel schicklicher seyn, dieser Bewegung nachzuspühren, als jene. Die Instrumente, die man heutzutage hat, sind von der Beschaffenheit, daß sie zu einer solchen Sache ebenfalls sehr wohl taugen; und man darf folglich ungehindert und mit Vortheil den Weg der Alten verlassen.

Unter allen Mondsflecken hat mir keiner zur Erforschung der Bewegung des Monds um die Axe und der daraus entstehenden Erscheinungen schicklicher geschienen, als der, welchen Riccioli in seiner Mondsfigur **Manilius** genennet hat. Dieser Flecken hält sich nicht allein immerzu nahe bey dem Mittelpunkte des Monds auf, sondern er ist auch einer von den deutlichsten und sichtbarsten. Dazu kommt noch, daß er, ungeachtet seiner Kleinigkeit, dennoch in allen Gestalten des ab- und zunehmenden Monds, so lange er von der Sonne beleuchtet wird, sichtbar, und in seiner Figur unverändert bleibet; da hingegen viele andere zu Zeiten undeutlich werden, oder gar verschwinden. Ja seine geringe Größe selbst ist vortheilhaft, weil es zu unserm Vorhaben am besten wäre, wenn er gar nur einem Punkte gleich käme.

Ich habe auch daher diesen Flecken öfter, als alle andere, beobachtet, wie man aus dem Verzeichnisse meiner Beobachtungen abnehmen kann, welches ich zu Ende dieses Abschnitts beyzufügen für gut befunden habe. Er sollte mir eigentlich dienen, die Lage der Mondaxe, und die Zeit der Umwälzung des Monds um dieselbe festzusetzen. Die andern Flecken habe ich nur deswegen beobachtet, um nach der Hand ihre eigene Länge und Breite daraus herzuleiten, wenn die Lage der Mondaxe, und was dazu gehöret, einmal in Richtigkeit gebracht worden, oder auch eben diese Dinge noch mehr zu bestärken. Hier will ich dasjenige beybringen, was von diesen Beobachtungen besonders zu merken nöthig seyn möchte.

Den ersten Antrieb dieselben anzustellen, und überhaupt auf die Verbesserung der Mondsbeschreibung bedacht zu seyn, gab mir die im Jahre 1748 den 8 August eingefallene Mondfinsterniß. Denn als ich einige Zeit vorher diese Erscheinung auf einer Karte vorstellen und dabey zugleich andeuten wollte, wie die Mondsflecken nach und nach von dem Schatten der Erde bedeckt und wieder entdeckt werden sollten: So erfuhr ich wie unzulänglich die hevelische und riccioliſche Mondsfiguren waren, meinem Verlangen ein Gnügen zu thun. Denn über dieses, daß solche Figuren unter sich sehr verschieden waren; so fehlte in beyden das vornehmste, so zu einer dergleichen Vorstellung nöthig ist, nemlich die Lage der ganzen Mondscheibe mit allen ihren Flecken in Ansehung der Ekliptik oder der Mondsbahn, oder eines andern bekannten Zirkels an dem Himmel. Ich war damals gezwungen, dieses benöthigte Stück aus einigen vorher gehaltenen Beobachtungen von Mondsfinsternissen auf eine sehr unrichtige Art, die ich eben deswegen nicht hiehersetzen mag, herzuleiten, und mir zu helfen, so gut als möglich war; faßte aber gleich dabey den Vorsatz, die Sache nächstens durch eigene Beobachtungen richtiger zu machen, als ich sie von andern vor mir gefunden hatte.

Ich fieng demnach im Hornung des Jahrs 1748 an, die ersten hieher gehörigen Beobachtungen zu machen, und bediente mich dazu der gewöhnlichen Kreutzfäden, die in dem Brennpunkte des Fernglases lauter Winkel von 45 Graden mit einander machten. Allein, ich mußte bald sehen, daß ich den Grad der Richtigkeit, nach dem ich strebte, damit nicht erreichen konnte, daher verließ ich dieselbe, und nach vielerley andern ausgesonnenen Arten von Mikrometern verfiel ich auf eine, deren Beschaffenheit mir endlich die gewünschte Genugthuung verschaffte.

Die Beschreibung dieses Mikrometers habe ich schon anderwärts mitgetheilet, und daher will ich jetzt nur andeuten, wie ich es bey den folgenden Beobachtungen gebraucht habe. Nachdem ich der parallaktischen Maschine, worauf das Fernglas ruhet, ihre gehörige Lage gegeben hatte, so drehete ich das hintere bewegliche Rohr des Fernglases, in welchem das Mikrometer fest eingeschlossen war, so lange, bis ich sah, daß der untere oder obere Mondsrand, oder ein kenntlicher Flecken, währender täglichen Bewegung des Monds, allezeit genau auf einer der Parallellinien des Mikrometers liefe und niemals über solche Linie hinauf oder hinunter stiege, so lange sich dieser Rand oder Flecken im Fernglase aufhielte. Ich rückte das Fernglas weiter nach dem Monde, und versuchte es etlichmal, ob nicht noch eine kleine Abweichung zu merken wäre; und daferne dieses geschahe, drehete ich das Rohr immer aufs neue, bis ich von der parallelen Stellung des Mikrometers völlig versichert war.

Ich rückte mit dem Fernglase weiter, um den Mond wieder aufs neue zu fassen, und nachdeme ich es befestigt hatte, fieng ich an, die Schläge des Perpendikuls meiner Sekundenuhr, die nicht weit von mir entfernt stund, zu zehlen, und gab genau Achtung, bey welchem Schlage der vordere Mondsrand, wenn er sichtbar war, durch die Perpendikularlinie des Mikrometers gienge. Geschah dieses nicht just bey einem ganzen Schlage, so schätzte ich, wie viel es etwan in halben, vierteln oder gar in zehentheilgen eines Schlages noch nach dem vorhergegangenen ganzen Schlage seyn möchte, die Zahl dieses Schlages nebst den geschätzten Theilgen schrieb ich mit dem stets in Händen gehabten Bleystifte auf. Inzwischen zehlte ich ununterbrochen fort, und gab auf gleiche Art Acht, wenn der Flecken, den ich beobachten wollte, durch die Perpendikularlinie gieng; die Zahl der Sekundenschläge samt den geschätzten Bruchtheilgen schrieb ich ebenfals wie vorhin auf: Und so machte ich es bey allen Flecken, die ich zu gleicher Zeit beobachten wollte. War noch der folgende Mondsrand sichtbar, so zehlte ich immer fort, bis auch dieser in die Perpendikularlinie kam, und ich die Zahl der Sekunden, in welcher es geschah, aufschreiben konnte. War der vordere Rand nicht sichtbar, welches geschiehet, wenn der Mond im Abnehmen ist, so fieng ich nur erst zu zehlen an, wenn ich merkte, daß der Flecken nicht weit mehr von der Perpendikularlinie entfernt stund, und nun bald durch dieselbe gehen würde, um solchergestalt nicht allzuviele Schläge umsonst zu zehlen, und die daher zu besorgende Irrung zu vermeiden. Auf diese Art war der erste Theil der Beobachtung verrichtet.

Ich folgte dem Mond abermal nach, und ohne jezt auf die Uhr zu merken, nahm ich mir die Weile, aufs schärfste als mir möglich war, zu schätzen, zwischen welchen Parallellinien so wohl der obere und untere Mondsrand oder nur einer allein, wenn der andere gebrochen war, als auch der zu beobachtende Flecken sich aufhielte. Weil diese Parallellinien jede von der andern nächsten um ungefähr 1 Minute eines Grades abstunden, so bildete ich mir, die Zwischenweite in 60 Theile oder Sekunden getheilt, ein, und schätzte nach dem Augenmaaße, wie viel solcher Theile der Rand oder Flecken über der nächsten Parallellinie stund, und schrieb die Zahl der Parallellinie, als so viel Minuten, und die geschätzten Theilgen, als so viel Sekunden, auf. Es scheinet zwar etwas schwer und ungewiß, eine solche geringe Weite, als die zwischen zweyen Parallellinien des Mikrometers ist, nach dem Augenmaaße in 60 Theile zu theilen, oder sich nur als eingetheilt vorzustellen. Allein, durch viele Uebung und weil ich so lange dazu Zeit hatte, als sich der Mond im Fernglase aufhielte, indeme, ungeachtet seiner Bewegung, der Rand oder Flecken immer zwischen einerley Parallellinien bliebe, hierdurch sage ich, fiel es mir leicht eine solche Zwischenweite zu schätzen, und die Uebereinstimmung wiederholter Beobachtungen versicherte mich, daß ich nur selten um 3 oder 4 Sekunden gefehlt hatte.

Ich will von dieser Beobachtungsart, weil sie meistens neu ist, ein Beyspiel geben. J. J. 1748 den 2 November abends um $6^{u}. 45'$, da der Mond im Zunehmen war, und ich das Mikrometer nach der parallelen Richtung mit der täglichen Bewegung des Monds gestellet hatte, beobachtete ich die Flecken **Censorinus**, **Dionysius** und **Manilius** folgendergestalt. Eh der vordere sichtbare Mondsrand in die Perpendikularlinie kam, welche den Stundenzirkel vorstellte, fieng ich an die Sekundenschläge meiner Uhr zu zehlen. Gleich nachdem ich 6 gezehlet hatte, und ehe noch der siebente Schlag erfolgte, berührte der Rand diese Perpendikularlinie; ich schätzte, daß der Augenblick etwan noch $\frac{3}{10}$ einer Sekunde nach dem sechsten Schlage geschehen seyn mochte, daher schrieb ich auf, 6,3. Ich zehlte fort, und eben als ich den 42igsten Schlag hörte, gieng der Flecken **Censorinus** durch die Linie. Daher schrieb ich neben den Nahmen dieses Fleckens 42, 0. Ferner nach dem 55igsten Schlage, und gleichsam mitten zwischen diesem und dem folgenden, war **Dionysius** im Stundenzirkel oder in der Perpendikularlinie: Deswegen schrieb ich; **Dionysius** 55, 5. Endlich nach dem 56sten und sehr wenig vor dem 59sten Schlage stund **Manilius** in der gedachten Linie, und die Zahl die ich aufschrieb war 58, 8. Weil nun der folgende Rand unerleuchtet war, und ich keinen Flecken mehr beobachten wollte, so hörte ich auf zu zehlen; und fand in der Ordnung folgendes aufgeschrieben.

| | | |
|---|---|---|
| vordere Mondsrand | . . . | $6'',3$ |
| **Censorinus** | . . . | 42, 0 |
| **Dionysius** | . . . | 55, 5 |
| **Manilius** | . . . | 58, 8 |

Nun wollte ich auch die Weite dieser Flecken von dem obern oder untern Rande abmessen, ich befestigte daher das Sehrohr wieder aufs neue gegen den Mond, und weil wegen schiefstehender Gestalt des zunehmenden Monds der untere Rand nicht zu sehen war, so gab ich nur auf den obern Achtung, und sah, daß er während seiner Bewegung sich immer zwischen der 34 und 35sten Parallellinie, doch näher bey dieser als bey jener, aufhielte. So viel ich schätzen konnte, war zwischen diesem Rande und der obern 35sten Linie ein Viertel der ganzen Weite von 34 bis 35 leer, und also stund er ¾ oder 45″ über der 34sten Minute, daher schrieb ich auf das Papier 34′.45″. Ich bemerkte ferner, daß der Flecken **Censorinus** zwischen 20 und 21 stunde, und ich schätzte daß er beynahe ⅚ unter der letzten seyn mochte, ich schrieb also auf, 20′.50″. **Dionysius** war zwischen 18 und 19, und etwan ⅓ der ganzen Weite über 18; ich setzte also hin, 18′.20″. Endlich fand ich den **Manilius** zwischen 14 und 15, und ich nahm wahr, daß er etwas über ⅓ doch weniger als ⅖ über der 14ten Linie, und also etwan 22″ darüber stund; nachdeme ich dieses auch aufgeschrieben hatte, sah ich auf meinem Papiere folgendes

| | | |
|---|---|---|
| obere Drand | . . . | 34′. 45″ |
| **Censorinus** | . . . | 20. 50 |
| **Dionysius** | . . . | 18. 20 |
| **Manilius** | . . . | 14. 22. |

Ich habe diese Beobachtungen gemeiniglich öfters, ja zuweilen acht bis zehenmal wiederholt, um solchergestalt der Wahrheit so nahe zu kommen als möglich war. Ich wollte aber alle diese Beobachtungen selbst nicht in das Register eintragen, sondern scheidete vorher alles unnöthige davon ab, und nahm das Mittel unter allen denselben, welches ich denn, Weitläuftigkeit zu erspahren, nur allein beybehielte. Die Art wie ich sie ins reine brachte, war diese: Die Zahl der Zeitsekunden, welche ich bey dem vordern Mondsrande aufgezeichnet fande, zum Beyspiel obige 6″, 3 subtrahirte ich von der Zeit der Flecken, damit ich die eigentliche gesuchte Zeit übrig behielte, welche von dem Durchgang des Randes bis zu dem Durchgange der Flecken verstrichen war, und kamen also hier diese Zeiten für den Flecken

**Censorinus** = 35″, 7
**Dionysius** = 49, 2
**Manilius** = 52, 5.

War der vordere Rand nicht sichtbar, sondern nur der hintere, so kehrte ichs um, und subtrahirte die Zeit jedes Fleckens von der Zeit des hintern Mondrands, so erhielte ich ebenfalls den verlangten Unterschied. Kamen diese Unterschiede aus andern Beobachtungen etwas grösser oder kleiner heraus, so addierte ich alle zusammen, und die Summe theilte ich durch die Anzahl der Unterschiede, so erhielte ich das Mittel, welches ich in das Register nur allein eintrug, und das übrige wegließ.

Eben

Eben so verfuhr ich mit den Theilen des Mikrometers, die bey dem obern oder untern Rande und bey den Flecken aufgeschrieben waren, nur daß ich sie zuvor, durch eine über diese Theile meines Mikrometers verfertigte Tafel, auf ihren wahren Wehrt in Minuten und Sekunden reducierte. Also kamen zum Beyspiel, an statt der obigen Zahlen, diese

| | |
|---|---|
| ob. ☽rand | 34′. 42″ |
| Cens. | 14. 11 |
| Dionys. | 18. 8 |
| Manil. | 20. 40 |

und wenn ich alle Zahlen der Flecken von der Zahl des obern Randes abzoge, so blieben die Unterschiede für den

| | |
|---|---|
| Cens. | 20′. 31″ |
| Dionys. | 16. 34 |
| Manil. | 14. 2. |

Sollten andere Beobachtungen etwas mehr oder weniger gegeben haben, so nahm ich wie vorhin das Mittel; und dieses ist auch die wahre Ursache, warum diese Unterschiede oder Abstände der Flecken von den Mondsranden, in dem Register, das hernach folget, etwas weniges von diesen hier gefundenen unterschieden sind.

Währender Stunde, da ich diese Beobachtungen hielte, oder vielmehr etwas zuvor oder nach, maß ich auch den scheinbaren Durchmesser des Monds auf folgende Weise. Weil die Linie, welche durch die beyden Spitzen oder Hörner des nicht ganz erleuchteten Monds gehet, das ist, der sichtbare Durchmesser, nur gar selten auf dem scheinbaren Parallel normal stehet: So mußte ich das Mikrometer von seinem parallelen Stande etwas verrücken, und also stellen, daß die mittendurchgehende Perpendikularlinie beyde Hörner zugleich anrührte, wenn ich sie dahin rückte. Solchergestalt blieben zwar der obere und untere Rand nicht immerhin, wie bey vorigen Beobachtungen, zwischen einerley Parallellinien, weil sie aber nur sehr langsam auf oder abstiegen; so blieb mir schon noch so viel Zeit übrig, daß, so bald der untere Rand oder Spitze eine Parallellinie berührte, ich nachsehen und schätzen konnte, zwischen welchen sich der obere befände; welche Zahlen ich denn alsobald aufschriebe. Auf diese Art hatte ich im vorigen Beyspiele gefunden, daß die obere Spitze etwas weniges, und etwan 6″, über der 34sten Linie stund, als die untere just auf die 2te kam. Ich schrieb daher auf:

| | |
|---|---|
| untere Rand | 2′. 0″ |
| obere R. . | 34. 6 |

Hernach, wenn ich dieses oftmals wiederholt hatte, verwandelte ich diese Theile des Mikrometers in ihren wahren Wehrt, und da kam

für den untern Rand 2'. 1"

für den obern aber 34. 3 ,

und wenn ich beyde Zahlen voneinander abzoge, der verlangte Durchmesser des Monds, hier 32'. 2"; für welchen ich aber aus dem Mittel aller Beobachtungen 32'. 1" in das Register derselben gesetzt habe.

Bisweilen habe ich mich noch eines andern Wegs bedient, den Durchmesser des Monds, wenn seine Hörner gegen den Parallel der täglichen Bewegung schief stunden, auszufinden; welchen ich aber nur kurz beschreiben will, weil ich glaube, daß man denselben viel eher durch wirklichen Versuch und eigene Erfahrung wird verstehen lernen, als durch viele Worte. Wenn ich das Mikrometer nach den Hörnern des Monds, wie vorhin, gestellt hatte, so gab ich Acht, bey welchem Sekundenschlage meiner Uhr die obere Spitze eine Parallellinie berührte; ich zehlte fort und merkte wenn die untere ebenfalls auf eine Linie kam, sah hernach geschwind wieder nach der obern Spitze, und merkte abermal bey welchem Schlage sie die nächste Parallele berührte. Alsdenn nahm ich den Unterschied zwischen den beyden Zeiten der obern Spitze, und den zwischen der Zeit der untern und einer von den Zeiten der obern, und rechnete: der erste Unterschied giebt eine Zwischenweite von 1' oder 60", was giebt der andere? so bekam ich eine Anzahl Sekunden, welche, nach Gestalt der Sachen, die ein jeder durch die Erfahrung am besten erkennen kann, zu der Zahl einer der obern Parallellinie, durch die der Mond gegangen ist, muß addiert oder davon subtrahiert werden. Solchergestalt erhielte ich die Zahl der Minuten und Sekunden, auf welchen die obere Spitze gestanden ist, als die untere just in der bemerkten Parallellinie stund. Bey der vorigen Art pflegte ich dieses nur nach dem Augenmaaße zu schätzen, hier aber bekam ich eben dasselbige durch Rechnung. Im übrigen leitete ich den Durchmesser des Monds aus diesen Beobachtungen her, auf eben die Weise wie ich vorhin gezeigt habe.

So viel wird genug seyn, meine Beobachtungsart zu verstehen, und wenn man will, nachzuahmen. Was von dem Register meiner Beobachtungen selbst zu merken seyn möchte, ist folgendes: Erstlich habe ich daraus alle Beobachtungen weggelassen, die ich im Anfange, ehe ich auf das vorhin gedachte Mikrometer fiel, gemacht hatte, weil sie mir nicht so richtig schienen, als die übrigen. Es fängt sich also dieses Verzeichniß erst im April des Jahrs 1748 an, ob ich schon ein paar Monate vorher den Mond mit seinen Flecken zu beobachten angefangen hatte. Zweytens, die Zeit betreffend, welche anzeigt, wenn eine jede der Beobachtungen gehalten worden, so ist solche eigentlich die astronomische, da man nemlich vom Mittage des beygesetzten Tages 24 Stunden an einem fort zehlet bis zu dem Mittage des folgenden. Die beygeschriebenen Stunden und Minuten muß man eben nicht nach aller Schärfe verstehen. Denn da der Mond in etlichen Stunden seine Gestalt nicht merklich ändert, und ohnehin die Beobachtungen selbst nicht in einem Augenblicke haben können gemacht werden, so habe ich solche nur ungefehr, und bey einer Viertelstunde gewiß, hinsetzen können. Drittens sind die Nahmen der Flecken alle aus des **Riccioli** Mondsfigur genommen, weil sie nicht allein meistens kürzer als die Hevelischen, sondern auch heutzutage mehr als diese angenommen und bekannt zu werden scheinen. Viertens, weil einige Flecken etwas groß sind, und daher ihr Mittel nicht so leicht zu schätzen ist, als bey kleinen, so findet man bisweilen bey einem einzigen Flecken zwey oder dreyerley Zahlen, davon die mittlere eigentlich dem Mittelpunkte, die übrigen aber den beyden äußersten sichtbarn Grenzen oder den Randen desselben Fleckens zukommen. Sonsten aber, wo dieses nicht ist, muß die beygeschriebene Zahl des Abstands vom Rande allezeit von dem Mittel des Fleckens verstanden werden. Findet man einige Punkten hinter diesen Zahlen, so bedeuten sie, daß solche Zahlen etwas zweifelhaft seyn, und daß die Beobachtung derselben nicht oft genug, wie sonst, habe können widerholet werden. Je mehr es Punkten sind, je unrichtiger ist die dabeystehende Zahl. Wo aber gar kein Punkt stehet, ist es ein Anzeigen einer guten und wiederholten Beobachtung. Endlich, so habe ich Sorge angewendet, die Uhr, nach welcher die in der hintersten Zeile befindlichen Zeitsekunden abgezehlet worden, allezeit so viel möglich in ihrer Geschwindigkeit nach der mittlern Bewegung der Sonne zu richten. Bisweilen erlaubte es die Gelegenheit nicht, den Mond in demjenigen Zimmer zu beobachten, wo die Uhr stund. Ich mußte daher statt derselben ein schlechtes Pendel von einem Bleyfaden mit an den Ort nehmen, wohin ich das Fernglas gestellet hatte; brauchte aber die Vorsorge, solches nicht allein so einzurichten, daß es sich nicht merklich ausdehnen konnte, sondern auch vor und gleich nach der Beobachtung dasselbe mit dem Perpendikel meiner Uhr zu vergleichen, und wenn es etwan zu lange oder zu kurz befunden wurde, dißfalls mit den beobachteten Zeiten die gehörige Reduction anzustellen, ehe ich sie in das Regißter eintrug. Man hat demnach alle in dieser hintersten Zeile befindlichen Zahlen für ordentliche Zeitsekunden der mittlern Bewegung der Sonne, und die angehängten Brüche für Zehentheilgen derselben zu halten; gleichwie auch die Zahlen in der vorhergehenden Zeile keine Theile des Mikrometers mehr, sondern wirklich Minuten und Sekunden eines Grades von einem der größten Zirkel, bedeuten.

# Der 7. Abschnitt.

# Astronomische Beobachtungen

über

## die Stellung der Mondsflecken auf der Mondscheibe.

| Wahre Zeit | | | | J. J. 1748 | Abstand der Flecken | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | v. nördl. Rande. | v. westl. Rande. |
| Monat, | Tag, | St. | ′ | | ′ ″ | ″ |
| April | 11. | 11. | 0 | Durchmesser des Monds | 31. 47 | — — |
| | | | | Manilius . . . | 11. 56 | 54, 25 |
| | | | | Menelaus . . . | 10. 39 | 48, 5 |
| | | | | Censorinus . . . | 13. 4 | 26, 0 |
| | | | | Dionysius . . . | 13. 57 | 40, 7 |
| | | | | Tycho . . . | 26. 48 | 48, 0 |
| | | | | | 27. 25 | 51, 0 |
| | | | | Aristarchus . . | 14. 17 | 110, 3 |
| | | | | Copernicus . . | 15. 53 | |
| | | | | | 16. 48 | 81, 5 |
| | | | | Plato . . . | 5. 18 | 84, 5 |
| | | | | | 5. 46 | 87, 5 |
| | | | | Kepler . . . | 18. 17 | 98, 3 |
| | | | | Mare Crisium . . | 5. 23 | 14, 5 |
| | | | | | 8. 30 | 26, 0 |
| | | | | Bullialdus . . | 23. 47 | 70, 0 |
| | | | | Pythagoras . . . | 5. 15 | — — |
| | | | | | 5. 37 | 110 |
| | | | | | 6. 0 | 109 |
| | | | | Heraclides . . . | 9. 28 | — — |
| | | | | Die Ecke zwischen dem Heraclides und Plato | 7. 40 | 96, 5 |
| | | | | Grimaldus . . | 22. 42 | 111, 0 |
| | | | | | 24. 12 | 116, 0 |
| | | | | Cavalerius . . | 20. 43 | 118, 0 |
| | | | | Hevelius . . . | 21. 3 | — — |
| | | | | | 21. 31 | — — |
| | | | | | 21. 58 | — — |
| | | | | Die Scheidlinie . . | - - - | 125, 5 |
| | | | | Pythagoras stund von der Scheidlinie | 0. 45 | |

| Wahre Zeit | | | | J. J. 1748 | Abstand der Flecken v. nördl. Rande | Abstand der Flecken v. westl. Rande |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Monat, | Tag, | St. | ′ | | ′ ″ | ″ |
| April | 12. | 10. | 45 | Durchmessers des Monds | 32. 4 | — — |
| | | | | Manilius . . | 12. 18 | 55,5 : |
| | | | | Dionysius . . | 14. 22 | 41,5 : |
| | | | | Aristarchus . . | 15. 8 | 112,0: |
| | | | | Plato . . . | 5. 31 | 86,5 : |
| | | | | | 6. 5 | 89,5: |
| | | | | Copernicus . . | 16. 9 | — — |
| | | | | | 16. 41 | 80,5 :: |
| | | | | | 17. 13 | — — |
| | | | | Pytheas . . . | 13. 53 | 88,5 : |
| | | | | Pythagoras . . | 5. 12 | 110,0:: |
| | | | | | 6. 5 | 112,5:: |
| | | | | Censorinus . . . | 13. 30 | 26,0: |
| | | | | Kepler . . . . | - - - | 102,5: |
| | | | | Tycho . . . . . | 27. 20 | 49,5 : |
| | | | | | 28. 1 | 53,0: |
| | | | | Bullialdus . . . | 24. 18 | 71,5 : |
| | | | | Mare Crisium . . | 5. 39 | 14,5 : |
| | | | | | 8. 42 | 26,0:: |
| | | | | Grimaldus . . . | 22. 59 | 114,5 : |
| | | | | | 24. 13 | 117,5 : |
| | | | | Menelaus . . . | 11. 14 | 49,5 : |
| | | | | Eudoxus . . . | 5. 12 | 65,0:: |
| | | | | Langrenus . . . | 12. 27 | 4,5 : |
| | | | | | 13. 37 | 7,0: |
| | | | | Die Scheidlinie . . | — — | 132,0: |

| Wahre Zeit | | | | J. J. 1748 | Abstand der Flecken | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | v. nördl. Rande | v. westl. Rande |
| Monat, | Tag, | St. | ' | | ' " | " |
| | | | | Der Mond durchliefe den Bogen von . . | 5. 12 | in 21, 5 |
| | | | | | 10. 4 | in 41, 7 |
| | | | | | 15. 14 | in 62, 8 |
| | | | | | 20. 14 | in 83, 7 |
| | | | | | 25. 21 | in 104, 8 |
| | | | | | 30. 25 | in 126, 5 |
| | | | | folglich . . . | 106. 30 | in 441, 0 |
| | | | | Wegen dazwischen gekommener Wolken haben die Zeiten der meisten Flecken nur einmal beobachtet werden können. | | |
| April | 13. | 9. | 30 | Durchmesser des Monds | 32. 12 | — — |
| | | | | Manilius . . . | 12. 43 | 58, 0 |
| | | | | Menelaus . . . | 11. 29 | 51, 5 |
| | | | | Aristarchus . . . | 15. 7 | 116, 5 |
| | | | | Dionysius . . . | 14. 47 | 43, 8 |
| | | | | Censorinus . . . | 13. 58 | 27, 5 |
| | | | | Copernicus . . . | 16. 56 : | 87, 5 |
| | | | | Der volle Mond brauchte durch den Stundenkreis zu gehen . . . | - - - | 137, 5 |
| | | | | Der Mond durchliefe | 182'.14" | in 775",0: |
| | | | | Der nördl. Rand war wegen der grossen Breite des Monds sehr uneben und höckerigt. | | |

| Wahre Zeit | | | | J. J. 1748 | Abstand der Flecken v. nördl. Rande | v. westl. Rande |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Monat, | Tag, | St. | ′ | | ′ ″ | ″ |
| May | 8. | 9. | 0 | Durchmesser des Monds | 31. 18 | — — |
| | | | | | 11. 27 | — — |
| | | | | Manilius . . . | 11. 39 | 52, 9 |
| | | | | | 11. 50 | — — |
| | | | | Censorinus . . | 12. 49 | 24, 9 |
| | | | | Dionysius . . | 12. 37 | 39, 4 |
| | | | | Tycho . . . | 26. 42 | 49, 0 :: |
| | | | | Bullialdus . . | 23. 29 | 68, 0 : |
| | | | | Gassendus . . | 24. 15 | 85, 3 |
| | | | | Copernicus . . | 15. 53 | 79, 2 |
| | | | | Plato . . . | 5. 9 | — — |
| | | | | | 4. 47 | 83, 5 :: |
| | | | | Der Mond durchliefe | 20. 0 | in 81, 7 |
| May | 9. | 9. | 30 | Durchmesser des Monds | 31. 40 | — — |
| | | | | | 12. 11 | — — |
| | | | | Manilius . . | 11. 58 | 54, 3 |
| | | | | | 11. 48 | — — |
| | | | | Censorinus . . | 13. 6 | 25, 2 |
| | | | | Dionysius . . | 14. 3 | 39, 5 |
| | | | | Aristarchus . . | 14. 57 | 109, 8 |
| | | | | Tycho . . . | 27. 15 | 49, 0 |
| | | | | Plato . . . | 5. 20 | 84, 3 |
| | | | | | 6. 1 | 87, 3 |
| | | | | Copernicus . . | 16. 22 | 80, 7 |
| | | | | Atlas major (n. Hevel.) | 7. 53 | 101, 5 |
| | | | | Bullialdus . . | — — | 68, 6 |
| | | | | Mare Crisium . . | — — | 14, 8 |
| | | | | | — — | 26, 5 |
| | | | | Der Mond durchliefe | 20. 0 | in 82, 5 |

| Wahre Zeit Monat, Tag, St. ′ | | | | J. J. 1748 | Abstand der Flecken v. nördl. Rande ′ ″ | v. westl. Rande ″ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| May | 11. | 11. | 0 | Durchmesser des Monds | 32. 32 | — — |
| | | | | Manilius . . . | 12. 58 | 58, 3 |
| | | | | Aristarchus . . | 15. 4 | 119, 8 |
| | | | | Copernicus . . | — — | 87, 0 |
| | | | | | 17. 6 | 89, 1 |
| | | | | | — — | 91, 5 |
| | | | | Censorinus . . | 14. 25 | 27, 8 |
| | | | | Pythagoras . . | 6. 28 | — — |
| | | | | Tycho . . . . | 28. 9 | 56, 4 |
| | | | | | 28. 49 | |
| | | | | Mare Crisinum . . | 6. 21 | 14, 5 |
| | | | | | 9. 34 | 26, 0 |
| | | | | Plato . . . | 5. 37 | 92, 0 :: |
| | | | | | 6. 12 | |
| | | | | Kepler . . . | 18. 47 | — — |
| | | | | Dionysius . . | — — | 44, 5 :: |
| | | | | Die Scheidlinie . . | — — | 139, 7 |
| | | | | Der Mond durchliefe | 20. 0 | in 87, 2 |
| | | | | | | v. östl. Dr. |
| May | 16. | 16. | 15 | Durchmesser des Monds | 33. 0 | — — |
| | | | | Manilius . . | 13. 30 | 85, 3 |
| | | | | Copernicus . . | 13. 38 | 48, 2 |
| | | | | Aristarchus . . | 8. 39 | 27, 4 |
| | | | | Menelaus . . . | 13. 12 | 93, 9 |
| | | | | Tycho . . . | 27. 48 | 54, 0 |
| | | | | Theophilus . . | 21. 30 | 101, 3 |
| May | 17. | 16. | 0 | Durchmesser des Monds | 32. 47 | — — |
| | | | | Manilius . . | 13. 5½ | 81, 75 |
| | | | | Menelaus . . | 13. 4 | 90, 5 |
| | | | | Aristarchus . . | 7. 19 | 29, 0 |
| | | | | Copernicus . . | 12. 33 | 46, 3 |

| Wahre Zeit |  |  |  | J. J. 1748 | Abstand der Flecken v. nördl. Rande | vom östl. Rande |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Monat, | Tag, | St. | ′ |  | ′ ″ | ″ |
|  |  |  |  | Eratosthenes . . | 11. 40 | 58, 25 |
|  |  |  |  | Tycho . . . | 26. 47 | 46, 3 |
|  |  |  |  | Plato . . . | 3. 38 | 75, 0 : |
|  |  |  |  | Aristoteles . . | 4. 52 | 95, 0 |
|  |  |  |  | Eudoxus . . | 6. 5 | 94, 4 |
|  |  |  |  | Die Scheidlinie . . | — — | 103, 8 |
|  |  |  |  |  |  | v. westl. Dr |
| Jun. | 5. | 10. | 0 | Durchmesser des Monds | 31. 6 | — — |
|  |  |  |  | Manilius . . . | 11. 44 | 51, 9 |
|  |  |  |  | Copernicus . . | 15. 35<br>16. 24 | 78, 4 |
|  |  |  |  | Censorinus . . | 12. 48 | 24, 0 |
|  |  |  |  | Dionysius . . | 13. 41 | 38, 3 |
| Jun. | 7. | 8. | 30 | Durchmesser des Monds | 32. 6 | — — |
|  |  |  |  | Manilius . . . | 12. 32 | 55, 1 |
|  |  |  |  | Censorinus . . | — — | 25, 5 |
|  |  |  |  | Dionysius . . . | — — | 41, 1 |
|  |  |  |  | Tycho . . . | — — | 52, 5 : |
|  |  |  |  | Bullialdus . . . | — — | 72, 6 : |
|  |  |  |  | Copernicus . . . | — — | 84, 3 |
|  |  |  |  | Kepler . . . | — — | 102, 3 |
|  |  |  |  | Aristarchus . . | — — | 114, 8 |
| Jun. | 10. | 11. | 30 | Durchmesser des Monds | 33. 16 | — — |
|  |  |  |  | Manilius . . . | 14. 3<br>13. 49<br>13. 35 | 64, 1 |
|  |  |  |  | Censorinus . . | 16. 59 | 32, 2 |
|  |  |  |  | Dionysius . . . | 16. 46 | 50, 7 |
|  |  |  |  | Tycho . . . | 26. 19 : | 77, 5 : |
|  |  |  |  | Copernicus . . | — — | 101, 6 : |

| Wahre Zeit | | | | J. J. 1748 | Abstand der Flecken | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | v. nördl. Rande | v. westl. Rande |
| Monat, | Tag, | St. | ′ | | ′ ″ | ″ |
| | | | | Kepler . . . | — — | 122, 0:. |
| | | | | Aristarchus . . | — — | 131, 2 |
| | | | | Grimaldus . . | — — | 145, 9 |
| | | | | Die Scheidlinie . . | — — | 155, 6 |
| | | | | | | v. östl. Rr. |
| Jun. | 13. | 14. | 0 | Durchmesser des Monds | 33. 17 | — — |
| | | | | Manilius . . . | 13. 26 | 85, 0 |
| | | | | Censorinus . . . | 18. 55 | 109, 8 |
| | | | | Dionysius . . | 17. 12 | 92, 9 |
| | | | | Tycho . . . | 27. 7<br>27. 52 | 51, 0 |
| | | | | Copernicus . . | 13. 3 | 48, 4 |
| | | | | Kepler . . . | 12. 33 | 28, 6 |
| | | | | Aristarchus . . | 8. 4 | 29, 0 |
| | | | | Die Scheidlinie . . | — — | 133, 9 |
| | | | | Der Mond durchliefe | 200. 32 | in 881, 8 |
| Jun. | 14. | 12. | 50 | Durchmesser des Monds | 32. 54 | — — |
| | | | | Manilius . . . | 12. 33 | 81, 1 |
| | | | | Theophilus . . | 21. 26 | 92, 1 |
| | | | | Copernicus . . | 11. 54 | 46, 3 |
| | | | | Aristarchus . . | 6. 46 | 30, 0 |
| | | | | Censorinus . . | 18. 48 | 103, 5 |
| | | | | Dionysius . . . | 16. 53 | 87, 2 |
| | | | | Der Mond durchliefe | 138. 50 | in 594, 0 |
| Jun. | 14. | 14. | 0 | Durchmesser des Monds | 33. 1 | — — |
| | | | | Manilius . . | 12. 57 | — — |
| | | | | Theophilus . . | 21. 29 | — — |
| | | | | Censorinus . . | 18. 59: | — — |

| Wahre Zeit | | | | J. J. 1748 | Abstand der Flecken | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | v. nördl. Rande | v. westl. Rande |
| Monat, | Tag, | St. | ′ | | ′ ″ | ″ |
| Jul. | 2. | 9. | 20 | Durchmesser des Monds | 30. 27 | — — |
| | | | | Manilius = = | 11. 28 | 50, 8 |
| Jul. | 3. | 9. | 20 | Durchmesser des Monds | 30. 51 | — — |
| | | | | Manilius = = | 11. 44 | 51, 0 :: |
| Jul. | 4. | 6. | 45 | Durchmesser des Monds | 31. 25 | — — |
| | | | | Manilius = = | 12. 10 | 52, 9 |
| | | | | Censorinus = = | 13. 17 | 24, 2 |
| | | | | Dionysius = = | 14. 7 | 39, 0 |
| | | | | Der Mond durchliefe | 105. 38 | in 447, 2 |
| Jul. | 5. | 8. | 0 | Durchmesser des Monds | 31. 55 | — — |
| | | | | Manilius = = | 12. 36½ | 55, 0 |
| | | | | Censorinus = = | 14. 1 | 25, 3 |
| | | | | Dionysius = = | 14. 46 | 41, 1 |
| | | | | Copernicus = = | 16. 41 :: | — — |
| | | | | Der Mond durchliefe | 105. 38 | in 462, 5 |
| Jul. | 6. | 8. | 30 | Durchmesser des Monds | 32. 27 | — — |
| | | | | Manilius = = | 13. 7 | 57, 9 |
| | | | | Censorinus = = | 15. 1 | 27, 0 |
| | | | | Dionysius = = | 15. 31 | 43, 7 |
| | | | | Kepler = = = | — — | 111, 0 :. |
| | | | | Gassendus = = | — — | 102, 2 :. |
| | | | | Die Scheidlinie = = | — — | 118, 9 :. |
| Jul. | 7. | 9. | 0 | Durchmesser des Monds | 32. 49 | — — |
| | | | | Manilius = = | 13. 26 | 60, 66 |
| | | | | Censorinus = = | 16. 3 | 29, 0 |
| | | | | Dionysius = = | 16. 8 | 46, 7 |
| | | | | Pytheas = = = | 13. 14 | 98, 7 |
| | | | | Der Mond durchliefe | 105. 38 | in 489, 2 |

| Wahre Zeit | | | | J. J. 1748 | Abstand der Flecken v. nördl. Rande | v. westl. Rande |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Monat, | Tag, | St. | ' | | ' " | " |
| Jul. | 8. | 10. | 0 | Durchmesser des Monds | 33. 22 | — — |
| | | | | Manilius = = | 13. 47 | 62, 7 |
| | | | | Censorinus = = | 17. 17 | 31, 4 |
| | | | | Dionysius = = | 16. 57 | 50, 0 |
| | | | | Pytheas = = | 12. 38 | 101, 3 |
| Jul. | 9. | 11. | 10 | Durchmesser des Monds | 33. 28 | — — |
| | | | | Manilius = = | 13. 53 | 63, 2 |
| | | | | Censorinus = = | 18. 9 | 34, 0 |
| | | | | Dionysius = = | 17. 21 | 52, 5 |
| | | | | Pytheas = = = | 11. 43 | 100, 6 |
| | | | | Die Scheidlinie = = | — — | 154, 7 |
| | | | | | | v. östl. Dr. |
| Jul. | 10. | 12. | 0 | Durchmesser des Monds | 33. 39 | — — |
| | | | | Manilius = = | 13. 49 | 89, 6 |
| | | | | Censorinus = = | 18. 59 | 115, 7 |
| | | | | Dionysius = = | 17. 33 | 98, 2 |
| | | | | Pytheas = = | 10. 45 | 54, 8 |
| | | | | Aristarchus = = | 8. 46 | 29, 8 |
| | | | | Der Durchmesser des Monds gieng durch den Stundenzirkel in = = | — — | 152, 3 |
| Jul. | 11. | 13. | 10 | Durchmesser des Monds | 33. 36 | — — |
| | | | | Manilius = = | 13. 21 | 85, 5 |
| | | | | Censorinus = = | 19. 12 | 108, 6 |
| | | | | Dionysius = = | 17. 17 | 92, 1 |
| | | | | Pytheas = = | 9. 40 | 53, 6 |
| | | | | Aristarchus = = | 7. 22 | 31, 1 |
| | | | | Die Scheidlinie = = | — — | 142, 9 |

| Wahre Zeit | | | | J. J. 1748 | Abstand der Flecken v. nördl. Rande | vom östl. Rande |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Monat, | Tag. | St. | ′ | | ′ ″ | ″ |
| Jul. | 12. | 13. | 0 | Durchmesser des Monds | 33. 19 | — — |
| | | | | Manilius = = | 12. 54 | 81, 5 |
| | | | | Censorinus = = | 20. 1 | 102, 2: |
| | | | | Dionysius = = | 16. 57 | 86, 8:: |
| | | | | Pytheas = = | 8. 42 | — — |
| Jul. | 15. | 13. | 30 | Durchmesser des Monds | 31. 58 | — — |
| | | | | Manilius = = | 11. 10 | 75, 9 |
| | | | | Pytheas = = | - — | 50, 0:: |
| Jul. | 16. | 13. | 30 | Manilius = = | 10. 52 | — — |
| Jul | 17. | 12. | 15 | Durchmesser des Monds | 30. 47 | — — |
| | | | | Pytheas = = | 6. 36: | 52, 2: |
| | | | | Eratosthenes = = | 8. 37: | 49, 4: |
| | | | | Tycho = = = | 22. 45: | 37, 5: |
| | | | | | | v. westl. Dr. |
| August. | 3. | 7. | 0 | Durchmesser des Monds | 32. 8 | — — |
| | | | | Manilius = = = | 13. 4 | 57, 8 |
| | | | | Dionysius = = | 15. 36 | 43, 9 |
| | | | | Censorinus = = | 15. 17 | 26, 9 |
| | | | | | | v. östl. Dr. |
| August. | 14. | 11. | 30 | Durchmesser des Monds | 30. 58 | — — |
| | | | | Manilius = = | 10. 30 | 77, 4 |
| | | | | Der Mond durchliefe | 154. 41 | in 679,6 |
| August. | 15. | 13. | 45 | Durchmesser des Monds | 30. 40 | — — |
| Octob. | 9. | 10. | 15 | Durchmesser des Monds | 31. 5 | — — |
| | | | | | v. südl. Dr. | v. westl. Dr. |
| Novemb. | 1. | 6. | 0 | Durchmesser des Monds | 32. 16 | — — |
| | | | | Manilius = = | 20. 16 | 52, 0 |
| | | | | Dionysius = = | 16. 25 | 48, 45 |
| | | | | Censorinus = = | 13. 51 | 35, 0 |

| Wahre Zeit<br>Monat, Tag, | St. ′ | | Abstand der Flecken<br>v. südl. Rande<br>′ ″ | v. westl. Rande<br>″ |
|---|---|---|---|---|
| | | **J. J. 1748** | | |
| Novemb. 2. | 6. 45 | Durchmesser des Monds | 32. 1 | — — |
| | | Manilius = = | 20. 31 | 52, 5 |
| | | Dionysius = = | 16. 35 | 49, 3 |
| | | Censorinus = = | 14. 1 | 35, 7 |
| Decemb. 27. | 4. 45 | Durchmesser des Monds | 31. 59 | — — |
| | | Manilius = = | 20. 53 : | 54. 3 |
| | | Dionysius = = | 17. 3 : | 51, 1 |
| | | Censorinus = = | 14. 29 : | 37, 2 |
| | | **J. J. 1749** | | |
| Jenner 28. | 3. 45 | Durchmesser des Monds | 30. 12 | — — |
| | | Manilius = = | 19. 49 | 62, 8 |
| | | Dionysius = = | 16. 27 | 54, 8 |
| | | Censorinus = = | 15. 5 | 37, 9 |
| | | | v. nör. Dr. | |
| Hornung 25. | 11. 30 | Durchmesser des Monds | 30. 16 | — — |
| | | Manilius = = | 10. 43 | 63, 5 |
| | | Dionysius = = | 13. 50 | 54, 0 |
| | | Censorinus = = | 14. 49 | 36, 7 |
| Hornung 26. | 11. 0 | Durchmesser des Monds | 30. 1 | — — |
| | | Manilius = = | 10. 49 | 62, 9 : |
| | | Dionysius = = | 13. 41 | 52, 3 : |
| | | Censorinus = = | 14. 19 | 35, 1 : |
| | | Timocharis = = | — — | 87, 9 :: |
| | | Eratosthenes = = | — — | 85, 9 : |

| Wahre Zeit | | | | J. J. 1749 | Abstand der Flecken vom südl. Rande | vom östl. Rande |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Monat, | Tag, | St. | ′ | | ′ ″ | ″ |
| Merz | 4. | 11. | 30 | Durchmesser des Monds | 30. 2 | — — |
| | | | . | Manilius . . | 18. 20 | 69, 1 |
| | | | . | Dionysius . . | 16. 24 | 82, 4 |
| | | | . | Censorinus . . | 17. 13 | 96, 8 |
| | | | . | Copernicus . . | 14. 16 | 43, 3 |
| | | | . | Aristarchus . . | 15. 49 | 17, 2 |
| | | | . | Kepler . . . | 12. 24 | 28, 2 |
| | | | . | Tycho . . | 4. 10<br>3. 56<br>3. 43 | — —<br>73, 7<br>— — |
| | | | . | Proclus . . . | 22. 14 | 97, 8 |
| | | | . | Grimaldus . . . | 8. 33<br>7. 20 | 13, 5 |
| | | | . | Plato . . . | 24. 48<br>24. 8 | 40, 2 |
| | | | . | Ein Flecken beym Berosus | 28. 1<br>27. 16 | 93, 3 |
| | | | . | Gassendus . . | 6. 26 | 38, 3 |
| | | | . | Menelaus . . . | 19. 28 | 74, 7 |
| | | | . | Pytheas . . . | 17. 0 | 43, 5 |
| | | | . | Der westl. Rand des Mare Crisium . . | — — | 108, 0 |
| | | | . | Der beynahe volle Mond gieng durch den Stundenzirkel in . . | — — | 122, 4 |
| | | | | Der Mond durchliefe | 405. 23 | in 1651,5 |
| Merz | 29. | 11. | 10 | Durchmesser des Monds | 29. 57 | — — |

| Wahre Zeit | | | | J. J. 1749 | Abstand der Flecken | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | vom südl. ☽rande. | v. westl. ☽rande. |
| Monat, | Tag, | St. | ′ | | ′ ″ | ″ |
| April | 2. | 11. | 50 | Durchmesser des Monds | 30. 29 | — — |
| | | | | Manilius . . . | 18. 23 | 53, 6 |
| | | | | Dionysius . . . | 16. 34 | 40, 3 |
| | | | | Censorinus . . . | 17. 24 | 25, 6 |
| | | | | Aristarchus . . | 15. 48 | 107, 4 |
| | | | | Gassendus . . . | 6. 23 | 84, 8 |
| | | | | Tycho . . . | 3. 50 | 48, 8 |
| | | | | Menelaus . . . | 19. 39 | 48, 2 |
| | | | | Pytheas . . | 17. 0 | 84, 5 |
| | | | | Plato . . . . | {24. 17<br>24. 48} | 84, 0 |
| | | | | Copernicus . . | {14. 36<br>14. 17<br>13. 53} | {— —<br>80, 0<br>— —} |
| | | | | Grimaldus . . | 7. 42 | 111, 4 |
| | | | | Mare Crisium . . | {25. 17<br>22. 3} | {14, 4<br>25, 3:.} |
| | | | | Bullialdus . . | 6. 56 | 68, 0 |
| | | | | Heraclides . . | 20. 53 | 98, 9 |
| | | | | Der volle Mond gieng durch den Stundenzirkel in . . . | — — | 126, 3 |
| | | | | Der nördl. ☽rand war wegen der grossen Breite des Monds sehr uneben und höckerigt. | | |
| April | 28. | 10. | 45 | Durchmesser des Monds | 30. 17 | — — |
| Apil | 29. | 10. | 45 | Durchmesser des Monds | 30. 30 | — — |

| Wahre Zeit | | | | J. J. 1749 | Abstand der Flecken | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | vom südl. Rande | v. westl. Rande |
| Monat. | Tag, | St. | ′ | | ′ ″ | ″ |
| May | 2. | 10. | 45 | Durchmesser des Monds | 31. 8 | — — |
| | | | | Der Mond gieng durch den Stundenzirkel in und war beynahe voll. | — — | 138, 7 |
| Julii | 29. | 9. | 0 | Durchmesser des Monds | 33. 25 | — — |
| | | | | Manilius . . | 20. 19: | 54, 2 |
| | | | | Possidonius . . | 23. 39: | 31, 0 |
| | | | | Der volle Mond gieng durch den Stundenzirkel in . . . . | — — | 144, 0: |
| August | 28. | 10. | 45 | Durchmesser des Monds | 33. 49 | — — |

# Der 8. Abschnitt.

## Bestimmung der Lage der Mondsflecken in Ansehung des scheinbaren Parallels.

Es ist leicht zu sehen, daß der Ort eines Fleckens auf der Mondscheibe, in Ansehung des scheinbaren Parallels, durch die vorigen Beobachtungen völlig bestimmt sey. Denn es sey C der Mittelpunkt des Monds, OCW ein Stück des Parallels, in welchem der Mond nach seiner täglichen Bewegung scheinet fortzugehen, NCS eine Perpendiculare auf diesen Parallel, oder ein Stück des Stundenzirkels, und also N der nördliche, S der südliche, O der östliche und W der westliche Mondsrand. Es sey ferner M ein Flecken auf der Mondscheibe, aM mit OW, und bM mit NS parallel: So weiß man erstlich aus den vorigen Beobachtungen die Weite Na oder Sa, nemlich den Abstand des Fleckens vom nördlichen oder südlichen Mondsrande; man weiß zweytens aus ebendenselben die Weite Ob oder Wb, als den Abstand des Fleckens vom östli- Fig. 17.

chen oder westlichen Rande; drittens ist auch der scheinbare Durchmesser des Monds NS und OW bekannt. Mehr aber hat man nicht nöthig zu wissen. Denn kein anderer Flecken wird an dem Orte M stehen können, der auch nur eines von diesen Stücken anders hat.

Man kann aber den Ort eines Fleckens noch durch andere Dinge ausdrücken, wenn er einmal auf vorige Weise aus den Beobachtungen bestimmt worden. Wenn man, zum Exempel, die Weite des Fleckens M vom Mittelpunkte des Monds CM, nebst dem Winkel NCM, welchen er im Mittelpunkte C mit dem scheinbaren Stundenzirkel NC macht, bekannt hätte; so wäre demselben ebenfalls sein rechter Ort auf der Mondscheibe angewiesen. Diese Art ist zu unserm Vorhaben geschickter als jene. Wir müssen daher sehen, wie aus den vorigen Beobachtungen sowohl der Abstand CM, als auch der Winkel NCM, welchen ich inskünftige den Winkel des Fleckens mit dem Stundenzirkel nennen will, könne gefunden werden.

Weil Sa oder Na, nebst dem Halbmesser des Monds NC, in Minuten und Sekunden bekannt sind; so kann man auch wissen, wie groß Ca in eben dergleichen Maaßen sey, wenn man den Unterschied zwischen Na oder Sa und NC oder SC nimmt. Ingleichem, da Ob oder Wb ebenfalls aus der Beobachtung in Zeitsekunden, der Halbmesser OC oder WC aber in eben denselben aus der Rechnung, die ich im 4ten Abschnitte gelehret habe, gegeben sind; so giebt der Unterschied zwischen beyden, das Stück Cb in Zeitsekunden. Das Stück Ca zeiget, um wieviel der Flecken nördlicher oder südlicher, Cb aber um wie viel er westlicher sey als der Mittelpunkt des Monds.

Zum Exempel 1749 den 4 Merz um 11$^{u}$. 30′ war der Durchmesser des Monds = 30′. 2″, folglich der Halbmesser SC = 15′. 1″.

| | | |
|---|---|---|
| **Manilius** war nördlicher, als der südliche Mondsrand, um | Sa | = 18. 20 |
| und also nördlicher, als der Mittelpunkt, um | Ca | = 3. 19. |

Ferner war aus der Beobachtung und Rechnung der Durchmesser des

| | | |
|---|---|---|
| Monds in Zeitsekunden | | = 122, 4 |
| und also der Halbmesser | CW | = 61, 2 |
| **Manilius** war westlicher, als der östliche Mondsrand, um | Ob | = 69, 1 |
| folglich westlicher, als der Mittelpunkt, um | Cb | = 7,9 |

Da die beyden Stücke Ca und Cb nach zweyen verschiedenen Maaßstäben, nemlich jenes in Minuten und Sekunden eines Grades, dieses aber in Zeitsekunden gegeben sind: So müßen wir sie auf einerley Maaße reducieren, und deswegen wollen wir den Halbmesser des Monds CN oder CW $= 1$ setzen, und sehen, wie viel die gedachten Stücke in Decimaltheilgen dieses Halbmessers austragen. Die Sache ist leicht. Denn es sey Ca in Sekunden eines Grades $= Ca''$, der Halbmesser des Monds in ebendenselben $= \frac{1}{2}D$, so ist Ca in Decimaltheilgen des Halbmessers $= \frac{Ca''}{\frac{1}{2}D} = \frac{2Ca''}{D}$. Ferner sey in Zeitsekunden $Cb = Cb''$, der Halbmesser $CW = \frac{1}{2}t$, so ist Cb in Decimaltheilgen $= \frac{2Cb''}{t}$.

Man hat aber nicht nöthig nach diesen Ausdrückungen die Stücke Ca und Cb wircklich zu berechnen. Denn ohne diese Mühe kann der Winkel NCM und die Weite CM auf folgende Art gefunden werden.

Es sey der Winkel NCM oder $aCM = e$, so ist in dem rechtwinklichten Dreyecke CaM

$$Ca : aM \text{ oder } Cb = 1 : \text{tag } aCM$$

oder $\frac{2Ca''}{D} : \frac{2Cb''}{t} = 1 : \text{tag } e$, folglich

$$\text{tag } e = \frac{D.\ Cb''}{t.\ Ca''}.$$

Da nun der Winkel NCM auf solche Art kann berechnet werden; so läßt sich hernach durch die Regeln der Trigonometrie ferner schließen:

$$\sin aCM : 1 = aM \text{ oder } Cb : CM$$

das ist, $\sin e : 1 = \frac{2Cb''}{t} : CM$

$$\cos aCM : 1 = Ca : CM$$

das ist, $\cos e : 1 = \frac{2Ca''}{D} : CM$. Alsdenn kommt in Decimaltheilgen des Halbmessers die Weite des Fleckens M vom Mittelpunkte, das ist,

$$CM = \frac{Cb''}{t \sin e} = \frac{Ca''}{D \cos e}.$$

Ich will durch ein Beyspiel den Gebrauch dieser Formeln zeigen. Vorhin in der Beobachtung des 4 Merz 1749 war für den **Manilius**

$$D = 30'.2'' = 1802''$$
$$Ca'' = 3.19 = 199$$
$$t = 122,4$$
$$Cb'' = 7,9$$ ; daher ist erstlich für den Winkel $e$:

$$lD = 3.25575$$
$$l\,Cb'' = 0.89763$$
$$\text{compl. ar. } lt = 7.91222$$
$$\text{compl. ar. } l\,Ca'' = 7.70115$$
$$l\,\text{tag. } e = 97.66675$$

folglich der Winkel $NCM = e = 30°.18'$.

Für den Abstand des Fleckens vom Mittelpunkte ist

| | | | |
|---|---|---|---|
| $l2$ | $= 0.30103$ | oder auch $l2$ | $= 0.30103$ |
| $l\,Cb''$ | $= 0.89763$ | $l\,Ca''$ | $= 2.29885$ |
| c. ar. $lt$ | $= 7.91222$ | c. ar. $lD$ | $= 6.74425$ |
| c. ar. $l\sin e$ | $= 0.29712$ | c. ar. $l\cos e$ | $= 0.06379$ |
| $lCM$ | $= 9.40800$ | $lCM$ | $= 9.40792$ |

Derowegen ist der Abstand des Fleckens **Manilius** vom Mittelpunkte des Monds in Decimaltheilgen des Halbmessers $= 0,2558$.

Fig. 18. Noch etwas nothwendiges habe ich wegen des Winkels, den der Flecken mit dem Stundenzirkel macht, zu erinnern. Die Formel, die ich für denselben vorgeschrieben habe, giebt, wenn man sich der gemeinen Sinustafeln bedient, allezeit einen Winkel, der kleiner ist als 90°, der Flecken mag in einem Quadranten der Mondscheibe stehen, in welchem er will. Wenn nemlich der Flecken in M oder M''' stehet, so bekommt man nur den Winkel NCM oder NCM'''; und wenn er in M' oder M'' stehet, den Winkel SCM' oder SCM''. Es wird aber zu unserm Vorhaben viel vorträglicher seyn, wenn wir denselben durch den ganzen Zirkel von N über W, S, und O bis wieder nach N an einem fortzehlen. Daher nehmen wir den Winkel eines Fleckens M, der in ersten Quadranten NCW stehet, mit dem Stundenzirkel = NCM; für einen der in zweyten WCS stehet, aber 180° — SCM'; für einen im dritten SCO den Winkel 180° + SCM''; und endlich für einen, der sich im vierten Quadranten OCN aufhält, 360° — NCM'''. Zu welchem Quadranten aber

ein jeder Flecken gehöre, läßt sich aus den durch die Beobachtung gefundenen Abständen von den Mondsranden leicht beurtheilen.

Der vorhin gefundene Abstand des Fleckens vom Mittelpunkte des Monds zeiget eigentlich nur die Größe der geraden Linie an, die man sich auf der Erde von dem Mittelpunkte des Monds bis an den Flecken einbildet. In der That selbst aber ist diese gerade Linie ein auf die Fläche der sichtbaren Mondscheibe projicierter Bogen; ein Bogen eines größten Zirkels vom Monde. Dieses begreiflicher zu machen, sey T der Ort auf der Erde, wo die Beobachtung gehalten worden C, der wahre Mittelpunkt des Mondkörpers, BcD ein größter Zirkel desselben, der durch den scheinbaren Mittelpunkt c und durch den Flecken m gehet. Ich nenne aber den scheinbaren Mittelpunkt den Punkt c auf der uns zugekehrten Oberfläche des Monds, welcher mit dem wahren Mittelpunkte C und dem Orte der Beobachtung T in einer geraden Linie TcC liegt. Man ziehe auf CT den normalen Durchmesser BCD, und aus dem Flecken m die gerade Linien mC und TmM. Alsdenn ist M der Punkt auf der sichtbaren Mondscheibe, in welchem der Flecken m erscheinet, wenn er aus T gesehen wird; der Bogen cm, um welchen der Flecken m vom scheinbaren Mittelpunke c entfernt ist, hat sich also in die gerade Linie CM projiciert; in die Linie, welche ich kurz vorhin in Decimaltheilgen des Halbmessers CD auszufinden gelehret habe. Fig. 19.

Zu den folgenden Untersuchungen wird es mehr nöthig seyn, den Bogen cm als nur die gerade Linie CM zu wissen. Daher will ich hier die Art anzeigen, wie dieser Bogen, welchen ich den Entfernungsbogen nennen werde, aus dem Abstande CM des Fleckens vom Mittelpunkte zu berechnen sey. Weil der Winkel CMm von einem rechten Winkel nur sehr wenig unterschieden ist; so kann man CM für den Sinus des Winkels CmM gelten lassen, ohne daß man einen Fehler, der nur eine Minute austrüge, zu befürchten hätte. Der Winkel CmM ist also aus diesem Sinus bekannt. Ferner, der Winkel CTM ist so groß, als die in Minuten und Sekunden beobachtete Weite des Fleckens vom Mittelpunkte. Diese Weite aber haben wir oben in Decimaltheilgen des Halbmessers CD ausgedrückt. Da nun der Halbmesser in Minuten und Sekunden eines Bogens aus der Beobachtung gegeben ist: So darf man ihn nur mit den Decimaltheilgen von CM, das ist, mit dem Sinus von CmM multiplicieren, so wird man das Maaß des Winkels CTm oder CTM ebenfalls in Theilen eines Bogens erhalten. Dieser Winkel CTm ist demnach auch bekannt. Nun ist aus den ersten Gründen der Geometrie klar, daß in dem Dreyecke TCm der äußere Winkel CmM so groß ist, als die Summe der beyden gegenüberstehenden innern, CTm und TCm. Wenn derowegen von dem Winkel CmM der kleine Winkel CTm abgezogen wird: So muß der verlangte Winkel TCm, oder der Entfernungsbogen cm, nothwendig übrig bleiben.

Die Rechnung selbst ist nicht schwer, und siehet also aus: In unserm vorigen Exempel war für den **Manlius**

$l$CM = 9.40800 Der Bogen dieses Sinus ist = CmM = $14^\circ.49'\frac{1}{2}$
$l\frac{1}{4}$D = $l$15′ = 1.17609

0.58409 = Log. der Minuten des Wink. CTm = 0. $3\frac{1}{2}$
folglich der Entfernungsbogen cm = $14^\circ.46'$.

Der Winkel CTm ist am größten, wenn m auf D fällt, das ist, wenn der Flecken ganz außen am Rande des Monds stehet. Alsdenn ist er so groß als der scheinbare Halbmesser des Monds. Da nun dieser niemals grösser als 17′ scheinet; so siehet man, daß der Unterschied zwischen CmM und cCm niemals höher kommen könne als 17′. Ob daher, wegen der Kleinigkeit dieses Unterschieds, es noch nöthig sey, in der Berechnung darauf Acht zu geben, oder ob derselbe, in Ansehung der Schärfe, die die Beobachtungen gewähren können, für unmerklich zu halten sey, das wollen wir jetzt untersuchen. Wir wollen nemlich sehen, wie groß ein Bogen, der von dem Umkreise des Monds 17′ beträgt, erscheine, wenn man ihn auf der Erde betrachtet und abmisset.

Fig. 20. Es sey BcD der Mond, C der Mittelpunkt desselben, T der Ort auf der Erde, von welchem man den Mond beobachtet, und also c der scheinbare Mittelpunkt; cx sey ein Bogen des Umkreises BcD von 17′ eines Grades, welcher folglich den Winkel cCX ausmisset. Dieser Bogen cx erscheinet, aus T gesehen, am größten, wenn er ganz nahe an dem scheinbaren Mittelpunkte genommen wird; wie ich hier setze. Er erscheinet auf der Erde T unter dem Winkel cTx; und dieser Winkel ist es, den wir suchen. Nach den Sätzen der Sehkunst sind die scheinbaren Größen eines Objects in verkehrter Verhältniß der Entfernungen. Da also der Bogen cx in C unter einem Winkel cCx von 17′ erscheinet, so kann man schließen,

$$\frac{1}{cC} : \frac{1}{cT} = 17' : cTx,$$

folglich ist $cTx = 17'.\frac{cC}{cT}$ oder $= 1020''.\frac{cC}{cT}$. Die nächste Entfernung des Monds von der Erde CT ist in Halbmessern des Monds beynahe

nahe = 200; wie aus der Sternkunde bekannt ist: Daher verhält sich cC zu cT wie 1 : 199, und $\frac{cC}{cT} = \frac{1}{199}$; folglich ist der kleine Winkel

$$cTx = 1020'' \frac{cC}{cT} = \frac{1020''}{199} = 5''.$$

Wenn demnach die Beobachtungen an dem Monde einen Fehler von 5'' nicht vermeiden können; so darf man einen Bogen auf dem Monde, der nicht grösser als 17' ist, wohl für nichts gelten lassen. Im Gegentheil aber wird es nöthig seyn, diesen Bogen noch in die Rechnung mit einzubringen. Ich weiß nicht gewiß, ob ich in meinen vorhin angegebenen Beobachtungen allezeit so glücklich gewesen bin, einem solchen Fehler zu entgehen. Das weiß ich aber aus oftmaliger Wiederholung derselben, daß, wo ich ja um so viel geirret, es nur gar selten müße geschehen seyn. Ich habe deshalben in der Berechnung der Winkel CmM und cCm den kleinen Unterschied derselben nicht aus der Acht lassen wollen, da er über dieses noch dazu gar leicht kann gefunden werden, und also diese gezwungene Schärfe weiter keine grosse Mühe machet.

Eine sonderbare und artige Eigenschaft der Winkel CmM und Fig. 16. cCz kann ich nicht unberührt lassen. Da die Linie Cmz auf der Oberfläche des Monds senkrecht, folglich die Scheitellinie des Fleckens m ist; und da ferner der Winkel CmM dem äußern zmT gleich ist: So siehet man, daß der Winkel CmM das Maaß der Entfernung des Orts der Erde T von dem Zenith des Fleckens m ausdrücke. Ein Beobachter, der auf dem Monde in m stünde, würde die Erde, oder vielmehr den Ort T auf derselben, nach dem Winkel zmT oder CmM von seinem Scheitelpunkte entfernet sehen. Und zwar ist dieser Winkel eben derjenige, den man sonst in der Sternkunde die scheinbare Weite vom Scheitelpunkte nennet. Hingegen der Winkel an dem Mittelpunkte mCT ist die wahre Weite des Orts T von dem Scheitel des Fleckens m; und endlich der Winkel an der Erde, als der Unterschied zwischen den beyden vorigen, ist die Parallaxe der Höhe. So würde zum Exempel auf dem Flecken **Manilius** den 4 Merz 1749 abends um 11u. 30' die Stadt Nürnberg um 14°. 49'½ vom Scheitel und folglich um 75°. 10'½ über dem Horizonte des Fleckens geschienen haben. Die wahre Weite aber vom Scheitel wäre 14°. 46', und also die wahre Höhe über dem Horizonte 75°. 14'.

Nach dem bisherigen Unterrichte wird man genugsam verstehen können, wie ich aus den obigen Beobachtungen so wohl den Winkel des Fleckens mit dem Stundenzirkel NCM, als auch den Entfernungsbogen CM, Fig. 17. berechnet habe. Hier will ich ein Verzeichniß dieser Stücke für den Flecken **Manilius** insbesondere hersetzen, das uns denn zu unserer Absicht in der

Folge sehr dienlich seyn wird. Ich habe aber dazu nur diejenigen Beobachtungen ausgelesen, welche vor andern richtig und wegen der Umstände, in welchen sich der Mond damals befunden hat, zur Untersuchung über die Lage der Mondaxe tauglicher sind, als die übrigen.

| Zeiten der Beobachtungen | | | | Winkel des Manilius mit dem Stundenzirkel NCM | Entfernungsbogen CM | Durchmesser des Monds in Zeitsekunden |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Jahr | Monat | Tag | st ′ | ° ′ | ° ′ | ″ |
| 1748. | April | 11 | 11. 0 | 33. 41 | 17. 20 | 130,1 |
| | April | 13 | 9. 30 | 36. 45 | 15. 8 | 137,5 |
| | May | 11 | 11. 0 | 40. 51 | 15. 29 | 141,4 |
| | May | 16 | 16. 15 | 38. 52 | 13. 26 | 148,8 |
| | May | 17 | 16. 0 | 36. 15 | 14. 23 | 142,9 |
| | Junius | 5 | 10. 0 | 37. 47 | 18. 2 | 128,2 |
| | Junius | 13 | 14. 0 | 39. 4 | 14. 18 | 147,0 |
| | Junius | 14 | 12. 50 | 34. 35 | 15. 12 | 141,1 |
| | Julius | 2 | 9. 20 | 37. 28 | 18. 2 | 125,3 |
| | Julius | 4 | 6. 45 | 42. 3 | 17. 36 | 132,8 |
| | Julius | 5 | 8. 0 | 45. 19 | 17. 23 | 139,8 |
| | Julius | 6 | 8. 30 | 47. 17 | 16. 20 | 146,1 |
| | Julius | 7 | 9. 0 | 48. 13 | 15. 43 | 152,2 |
| | Julius | 8 | 10. 0 | 48. 28 | 15. 8 | 156,0 |
| | Julius | 9 | 11. 10 | 47. 51 | 14. 38 | 155,7 |
| | Julius | 10 | 12. 0 | 45. 6 | 14. 34 | 152,0 |
| | Julius | 11 | 13. 10 | 39. 33 | 15. 23 | 146,2 |
| | Julius | 12 | 13. 0 | 35. 22 | 16. 0 | 140,5 |
| | Julius | 15 | 13. 30 | 26. 44 | 19. 38 | 131,8 |
| | August | 3 | 7. 0 | 48. 7 | 16. 10 | 146,9 |
| | August | 14 | 11. 30 | 23. 1 | 20. 23 | 135,8 |
| | November | 1 | 6. 0 | 39. 58 | 19. 27 | 132,4 |
| | November | 2 | 6. 45 | 36. 14 | 20. 26 | 132,3 |
| | December | 27 | 4. 45 | 31. 22 | 20. 54 | 133,5 |
| 1749. | Jenner | 28 | 3. 45 | 16. 30 | 18. 56 | 138,4 |
| | Hornung | 25 | 11. 30 | 15. 24 | 17. 30 | 138,1 |
| | Merz | 4 | 11. 30 | 30. 18 | 14. 46 | 122,4 |

# Der 9. Abschnitt.

## Bestimmung des Standes der Mondsflecken in Ansehung des wahren Parallels.

Wenn man die Sache nach der Schärfe betrachtet, so ist der Weg, den der Mond nach seinem täglichen Lauf an dem Himmel beschreibet, kein wirklicher Parallelzirkel mit dem Aequator; und der Stundenzirkel, weil er auf jenem allezeit normal stehet, ist auch eigentlich kein Stundenzirkel, ob ich ihm schon im vorigen diesen Nahmen beygeleget habe. Ich habe ihn aber mit Vorbedacht den scheinbaren Stundenzirkel genennet, weil er sich wirklich auf der Erde beobachten läßt. Und dieser ist es auch, nach welchem die Lage der Mondsflecken durch die vorigen Beobachtungen ist bestimmt worden. Denn da ich bey diesen Beobachtungen das Mikrometer allezeit nach der scheinbaren täglichen Bewegung des Monds zu stellen pflegte; nemlich also, daß sich der Mond oder sein Rand immer genau mit den Linien des Mikrometers parallel fortbewegte: So siehet man leicht, daß die Perpendikularlinie im Mikrometer nichts anders als nur den scheinbaren Stundenzirkel vorgestellet habe, und daß demnach die Stellung der Flecken nur in Ansehung dieses sey beobachtet worden.

Daß dieser scheinbare Stundenzirkel, und folglich auch der scheinbare Parallel des Monds, von den wahren wirklich unterschieden sey, läßt sich aus der Veränderung seiner Abweichung leicht begreifen. Denn es sey ab ein Stück des Aequators und dessen Nordpol P; der Mond stehe zu einer gegebenen Zeit in ☽, mit der Abweichung a☽. Wenn sich nun die Abweichung nicht veränderte, so würde der Mond, nach Verfliessung einer gewissen Zeit, mit seiner täglichen Bewegung gegen Abend von ☽ in L gekommen seyn, und also einen wahren Parallelbogen ☽L beschrieben haben, weil a☽ = bL. Da aber die Abweichung des Monds niemals beständig ist, und in Zeit von wenigen Stunden sich öfters sehr merklich ändert: So wollen wir setzen, sie hätte in der Zeit, da der Mond von ☽ in L fortgegangen wäre, um Ll zugenommen; alsdenn hat er wirklich den Bogen ☽l beschrieben, der also mit dem Aequator a nimmer parallel seyn kann, weil a☽ von bl verschieden ist. Dieser Bogen ☽l ist derjenige, den ich den scheinbaren Parallel genennet habe, und wenn man auf solchen eine Normallinie ☽p ziehet, so ist dieselbe das, was ich den scheinbaren Stundenzirkel heiße; dahingegen ☽P, weil er auf ☽L normal stehet, der wahre Stundenzirkel ist. Fig. 11.

Nach einer kurzen Ueberlegung wird man einsehen, daß der Winkel p☽P, den die beyderley Stundenzirkel miteinander machen, eben so groß sey als der l☽L, den die Parallelen unter sich machen; und daß man den letztern, und folglich auch jenen, bestimmen könnte, wenn das Verhältniß zwischen ☽L und Ll bekannt wäre.

Wenn man für die Zeit, in welcher der Mond von ☽ in l gekommen ist, eine Stunde nimmt; so ist der Bogen des Aequators ab, der der täglichen Bewegung des Monds während dieser Stunde zukommt, allezeit beynahe $14^\circ\frac{1}{2}$; und wenn die Abweichung des Monds a☽ $= \delta$ ist, so ist ferner ☽L $= 14^\circ\frac{1}{2} \cos\delta$, oder in Minuten $= 870 \cos\delta$. Setzt man nun die stündliche Veränderung der Abweichung Ll ebenfalls in Minuten eines Grades $= h$, und man nimmt das Dreyeck L☽l wegen seiner kleinen Seiten für geradelinigt an, so ist endlich tag L☽l = tag p☽P $= \frac{h}{870 \cos\delta}$; und der verlangte Winkel l☽L könnte also hierdurch erkundiget werden, wenn nur $h$ und $\delta$ bekannt wären.

Zwar was die Abweichung $\delta$ betrifft, so ist solche aus der Mondentheorie, oder aus den astronomischen Tagebüchern, ohne Schwierigkeit leicht zu bekommen; und da man sie ohnehin schon, zu der Berechnung des Durchmessers vom Monde in Zeitsekunden, gebraucht hat, (siehe den 4ten Abschnitt,) so darf man sie nicht erst aufs neue suchen. Von rechtswegen sollte dieses zwar die scheinbare Abweichung seyn. Allein, da der Winkel L☽l allezeit sehr klein bleibet; so kann man ohne Fehler nur die wahre dafür in die Rechnung nehmen.

Hingegen würde man diesen Winkel L☽l nicht in der gehörigen Schärfe bekommen, wenn man für $h$ oder lL nur die stündliche Veränderung der wahren Abweichung nehmen wollte. Denn die Parallaxe des Monds macht, daß diese Veränderung der Abweichung an einem Orte auf der Oberfläche der Erde ganz anders erscheinet als im Mittelpunkte derselben. Nun könnte man zwar diese scheinbare Veränderung also suchen, daß man die scheinbare Abweichung auf zwey nächstaufeinander folgende Stunden, durch Hülfe der parallaktischen Rechnung, bestimmte, und hernach zwischen beyden den Unterschied nähme. Allein, das würde mehr Mühe erfodern, als die ganze übrige Theorie der Umwälzung des Monds, und die eine solche Kleinigkeit, wie der Winkel L☽l ist, kaum zu verdienen scheinet. Ich habe deßhalben eine Formel für diesen Winkel ausgefunden, die dergleichen Unbequemlichkeit nicht unterworfen ist, und die eine nur ganz kurze Rechnung erfodert. Ich will sie hier mittheilen. Man wird mir aber vergeben, wenn ich den Beweis derselben dabey weglasse, weil er gar zu weitläuftig ausfallen würde. Es ist genug, daß man den Grund derselben aus der kurz vorhin gesetzten Formel abnehmen kann.

Man setze für die gegebene Zeit, die wahre tägliche Veränderung der Abweichung des Monds in Minuten eines Grades $= n$
die wahre Abweichung = = = = $= \delta$
die Horizontalparallaxe des Monds in Minuten $= \pi$
die Entfernung des Monds vom Mittagszirkel $= t$
und die Polhöhe des Orts = = = = $= \beta$,

so ist der Winkel, den der scheinbare Stundenzirkel mit dem wahren macht, das ist L☽l oder p☽P, in Minuten eines Grades

$$= \pm \frac{\frac{1}{8} n}{\cos \delta} \pm \pi \cos \beta \sin t \tan \delta.$$

Wegen der Zeichen + und — merke man folgende Regeln:

1.) Wenn der Mond sich dem Nordpole des Aequators nähert, so hat das erste Glied $\frac{\frac{1}{8} n}{\cos \delta}$ das Zeichen —; im Gegentheil aber +.

2.) Das andere Glied $\pi \cos \beta \sin t \tan \delta$ bekommt das Zeichen +, wenn der Mond gegen Abend vom Meridian stehet, und seine Abweichung $\delta$ zugleich nördlich ist. Oder wenn er gegen Morgen und im südlichen Theile des Himmels stehet.

Hingegen gilt bey diesem zweyten Gliede das Zeichen —, wenn der Mond gegen Morgen im nördlichen Theile, oder disseits des Aequators; oder wenn er gegen Abend im südlichen Theile des Himmels sich aufhält.

Wenn man die Rechnung nach Anleitung dieser Formel verrichtet hat, und es kommt der Winkel L☽l positiv oder mit dem Zeichen + heraus; so ist es ein Anzeigen, daß der wahre Stundenzirkel, in Ansehung des scheinbaren, im obern oder nördlichen Theile des Monds, gegen Morgen falle, im Gegentheil aber fällt der wahre Stundenzirkel gegen Abend, wenn der Winkel L☽l, mit dem Zeichen — heraus kommt.

Zur Erleichterung der Rechnung kann man noch dieses merken, daß es nicht nöthig sey, die Entfernung $t$ des Monds vom Mittagskreise so gar scharf bekannt zu haben. Denn wenn auch ein Fehler von etlichen Graden in der Größe dieses Bogens befindlich wäre, so würde es in dem kleinen Winkel, den die beyden Stundenzirkel miteinander machen, nichts merkliches austragen. Ich habe diese Entfernung vom Mittagskreise, oder den

Bogen $\epsilon$, gemeiniglich nur auf einer Himmelskugel von mässiger Grösse, bisweilen aber auch auf die Art gesucht, die ich hernach in einem Exempel zeigen werde.

Die tägliche Veränderung der wahren Abweichung $n$ kann man aus den astronomischen Tagebüchern oder Kalendern haben, in welchen die wahre Abweichung des Monds auf jeden Tag des Jahrs schon berechnet ist. Ich habe mich hiebey des Berliner astronomischen Kalenders bedienet. Hat man dergleichen Hülfsmittel für die Zeit der Beobachtung nicht bey der Hand, so muß man freylich sich die Mühe nicht verdrießen lassen, diese Veränderung der Abweichung aus den Mondstafeln zu berechnen. Wiewohl man in diesem Falle schon auch Rath finden könnte, daß die Beschwerlichkeit nicht allzugroß würde, welches zu thun ich denen überlasse, die es nöthig haben. Mir liegt noch ob, ein Beyspiel über die Berechnung des oftgedachten Winkels der Stundenzirkel zu geben, und das soll jetzt geschehen.

Man begehrt den Winkel des wahren Stundenzirkels mit dem scheinbaren auf die Zeit der Beobachtung 1748 den 15 Jul. um 13$^{u}$. 30′ zu bestimmen.

Auf diese Zeit findet man in dem Berliner Kalender die wahre Abweichung des Monds . . . $\delta = 6^{\circ}.\,40'$ nördlich,
Die Horizontalparallaxe . . . . $\pi = 0.\ 58\frac{1}{2}$
Die tägliche Veränderung der Abweichung $5^{\circ}.\,59'$ oder $n = 359'$,
und weil die nördliche Abweichung an dem folgenden Tage um diese $5^{\circ}.\,59'$ größer ist als an dem gegebenen 15 Julius; so erkennet man, daß sich der Mond dem Nordpole nähere.

Weil ferner, nach dem Berliner Kalender, der Mond um 16$^{u}$. 40′ durch den Mittagszirkel gehet, so ist er um 13$^{u}$. 30′ noch 3$^{st}$. 10′ von solchem gegen Morgen entfernet; welche Zeit in Graden, wenn $14\frac{1}{2}^{\circ}$ auf 1 Stunde gerechnet werden, für die Entfernung des Monds vom Mittagskreise $\epsilon$ einen Bogen von beynahe 46° giebt. Endlich ist die Polhöhe von Nürnberg $\beta = 49^{\circ}.\,27'$. Aus diesen Umständen stehet die Formel für den gesuchten Winkel also:

$$-\frac{\frac{1}{\pi}\,n}{\cos\delta} - \pi\cos\beta\sin\epsilon\,\mathrm{tag}\,\delta$$

und die Rechnung selbst geschiehet folgendermaßen:

$$l\,\tfrac{1}{8}n = l\,\tfrac{359}{6} = l\,60 = 1.77815$$

$$l\,\frac{1}{\cos\delta} = l\,\frac{1}{\cos 6^\circ.40'} = 0.00295$$

$$l\,\frac{\frac{1}{8}n}{\cos\delta} = 1.78110$$

$$\text{folglich } \frac{\frac{1}{8}n}{\cos\delta} = 60'$$

$$l\pi = l\,58'\tfrac{1}{2} = 1.76716$$

$$l\cos\beta = l\cos 49.27 = 9.81300$$

$$l\sin\varepsilon = l\sin 46^\circ = 9.85693$$

$$l\,\mathrm{tag}\,\delta = l\,\mathrm{tag}\,6.40 = 9.06885$$

$$l\pi\cos\beta\sin\varepsilon\,\mathrm{tag}\,\delta = l\,3 = 0.50594$$

daher ist das erste Glied $= -60'$
das andere $= -3$

folglich der verlangte Winkel, den die beyden Stundenzirkel miteinander machen $= -1^\circ.\,3'$, und weil er $-$ herauskommt; so erkennet man zugleich, daß der wahre Stundenzirkel in Ansehung des scheinbaren gegen Abend falle.

Man wird nunmehr erwarten, zu welchem Ende ich diesen Winkel zu berechnen Anweisung gegeben habe, und wohin er zu gebrauchen sey. Vielleicht hat man schon errathen, daß dadurch die Stellung der Mondsflecken, die vorhin nur nach dem scheinbaren Stundenzirkel bestimmt worden, nunmehr nach dem wahren könne angegeben werden. Und das ist es auch. Es sey CN der scheinbare Stundenzirkel, und M ein Flecken der Mondscheibe; Cn oder Cn′ sey der wahre Stundenzirkel. Der Winkel NCM, den der Flecken mit dem scheinbaren Stundenzirkel macht, ist nach dem vorigen Abschnitte bekannt; der Winkel NCn oder NCn′, den der wahre Stundenzirkel mit dem scheinbaren macht, ist aus gegenwärtigem ebenfalls bekannt, und man weiß zugleich, ob er von N in n gegen Morgen oder von N in n′ gegen Abend zu zehlen sey. Wenn also nCN im ersten Falle zu NCM addiert, oder n′CN im andern Falle von NCM abgezogen wird, so muß der Winkel nCM oder n′CM, den der Flecken mit dem wahren Stundenzirkel macht, nothwendig heraus kommen; und folglich wird die Lage des Fleckens in Ansehung des wahren Stundenzirkels völlig bestimmt seyn. Denn es ist leicht zu sehen, daß der Entfer- Fig. 22.

nungsbogen CM hiedurch keine Veränderung leide. Ob man den kleinen Winkel nCN zu NCM addieren oder davon subtrahieren solle, läßt sich auch aus den Zeichen + oder — abnehmen, welches in dessen Berechnung mit herausgekommen ist.

Zum Beyspiele, weil 1748 den 15 Jul. um 13ᵘ. 30′ der Winkel des **Manilius** mit dem scheinbaren Stundenzirkel NCM = 26°. 44′, der Winkel NCn′ aber = — 1°. 3′ war; so ist der Winkel n′CM des Manilius mit dem wahren Stundenzirkel für dieselbe Zeit = 25°. 41′.

Auf diese Weise habe ich die Lage des erstgedachten Fleckens für alle vorhin ausgelesene Beobachtungen auf den wahren Stundenzirkel reduciert, und das Verzeichniß davon wird man im folgenden Abschnitte finden.

# Der 10. Abschnitt.

## Bestimmung des Standes der Mondsflecken in Ansehung des Breitenzirkels.

Da die Stundenzirkel, eben so wie die Abweichungszirkel, auf dem Aequator senkrecht stehen, und jene, wie diese, durch die Pole der Sphäre laufen: So kann man sie, wenigstens in gegenwärtiger Sache, beyde für einerley gelten lassen. Der Winkel also, den ich kurz vorhin den Winkel des Fleckens mit dem wahren Stundenzirkel genennet habe, ist eben derjenige, den der Flecken mit dem Abweichungszirkel macht; mit dem Zirkel nemlich, der durch den Mond und die beyden Weltpole gehet, und alles was von jenem gesagt worden, läßt sich auch von diesem verstehen.

Die Stunden- oder Abweichungszirkel, sind Zirkel, deren Stellung von dem Aequator abhängt, und die mit demselben allezeit unzertrennlich verbunden sind. Man kann also sagen, daß auf die vorhergehende Art die Lage des Fleckens auch in Ansehung des Aequators der Erde bestimmt sey.

Unser Vorhaben aber zielet dahin ab, wie wir die Lage der Mondaxe in Ansehung der Ekliptik finden mögten; dieses suchen wir durch die Mondsflecken zu erhalten. Die Lage dieser Flecken muß demnach auch in Ansehung der Ekliptik, oder eines davon abhängenden Zirkels, bestimmt werden.

Ein dergleichen Zirkel, und derjenige, der sich hieher am besten schicket, ist der sogenannte Breitenzirkel, der Zirkel, den man sich durch die Pole der Ekliptik und den Ort des Monds gezogen einbildet. In der 23. Fig. 23. Figur ist P der Pol der Ekliptik, C der Mittelpunkt des Monds, folglich PC der Abweichungs- und EC der Breitenzirkel; PE ist der Abstand beyder Pole, der bekanntermassen so groß ist als die Schiefe der Ekliptik. Ferner ist der Winkel APC die Weite des Monds von dem Colur der Sonnenwenden, nach der geraden Ascension oder im Aequator gezehlet; AEC aber eben diese Weite nach der Ekliptik gerechnet, die man aus der Länge des Monds leicht bekannt haben kann. PC ist der Abstand des Monds vom Nordpole des Aequators, und EC der Abstand desselben vom Pole der Ekliptik, jener wird aus der Abweichung, dieser aber aus der Breite des Monds gefunden, wie zur Genüge bekannt ist. Das aber, was wir eigentlich hier suchen, ist der Winkel PCE oder nCT, den der Breitenzirkel mit dem Abweichungszirkel macht. Durch Hülfe dieses Winkels sind wir alsdenn vermögend, die Lage eines Fleckens M von dem Abweichungszirkel auf den Breitenzirkel einzurichten; nach eben der Art, wie wir vorhin dieselbe von dem scheinbaren auf den wahren Stundenzirkel gebracht haben.

Wer in astronomischen Rechnungen nur etwas erfahren ist, der wird auch wissen, wie dieser Winkel nCT aus der Länge und Breite des Monds, oder auch aus seiner geraden Ascension und Abweichung, trigonometrisch zu berechnen sey. Ich könnte mich daher der Mühe überheben, eine besondere Anweisung dazu zu geben. Weil ich aber doch nicht gerne etwas weglassen möchte, so zur Vollständigkeit gegenwärtiger Abhandlung gehöret, und ich über dieses glaube, die Rechnung würde leichter nach einer algebraischen Formel, als nach der gemeinen Trigonometrie, zu verrichten seyn; so wird man mir den Raum vergönnen, eine solche Formel für unsern gesuchten Winkel, jedoch ohne Beweis, herzusetzen.

Es sey für die gegebene Zeit der Beobachtung die scheinbare Länge des Monds in Graden von 0 ♈ an gezehlet . . . . $= \lambda$<br>
die scheinbare Breite, wenn sie nördlich . . . $= \beta$<br>
die Schiefe der Ekliptik . . . . . $= \alpha$<br>
der gesuchte Winkel nCT . . . . . $= \omega$<br>
so ist $\cot \omega = \sin \beta \operatorname{tag} \lambda - \dfrac{\cot \alpha \cos \beta}{\cos \lambda}$.

Bey dem Gebrauche dieser Formel sind folgende Regeln zu merken: Wenn die Breite des Monds $\beta$ südlich ist, so hat $\sin \beta$ das Zeichen —, $\cos \alpha$ aber behält +. $\text{Tag}\,\lambda$ hat +, wenn $\lambda$ kleiner als 180°, im Gegentheil aber —. Hernach hat auch $\cos \lambda$ das Zeichen +, wenn $\lambda$ zwischen 90 und 180°, oder zwischen 270 und 360 fällt, und im Gegentheil das Zeichen —. Welches ohne mein Erinnern aus den Eigenschaften der Winkel oder Bögen klar ist. Kommt endlich nach verrichter Rechnung $\cot \omega$ mit dem Zeichen + heraus, so zeigt dieser Umstand an, daß der Breitenzirkel von n gegen Morgen in T falle; bekommt aber $\cot \omega$ das Zeichen —, so fällt der Breitenzirkel in Ansehung des Abweichungszirkels C n von n gegen Abend in T'.

Fig. 24.

Da wir nun den Winkel n C M des Fleckens M mit dem Abweichungszirkel C n allezeit von n gegen Abend zehlen; so siehet man, daß wenn $\omega$ oder $\cot \omega$ + hat, dieser Winkel $\omega$ oder n C T zu n C M müße addiert, im Fall er aber — bekommt, von solchem müße subtrahiert werden, auf daß der Winkel MCT oder MCT', den der Flecken M mit den Breitenzirkel CT oder CT' macht, herauskommen. Könnte die Subtraction nicht geschehen, so muß der Winkel n C M zuvor um 360° vermehrt werden.

Ich will ein Beyspiel dieser Rechnung geben. Man verlangt den Winkel des Breitenzirkels mit dem Abweichungszirkel für die Zeit der Beobachtung zu Nürnberg 1748 den 15 Julius um 13ᵘ. 30'.

Auf diese Zeit ist aus dem Berliner Kalender die wahre Länge des Monds = = = = = = = $0^s.\ 6^\circ .28'$

die wahre Breite = = = = = 4. 30 nördl.

die Horizontalparallaxe = = = = 0. $58\frac{1}{2}$

folglich für den Horizont von Nürnberg

die scheinbare Länge des Monds = = $\lambda = 6^\circ.\ 37'$

die scheinbare Breite = = = = $\beta = 3.\ 41$ nördl.

Da nun auch die Schiefe der Ekliptik oder = = $\alpha = 23.\ 29$

so ist

$$
\begin{array}{rcl}
l \sin \beta & = & 8.80782 \\
l \,\text{tag}\, \lambda & = & 9.06445 \\
\hline
 & & 7.87227 \\
\hline
 & + & 0{,}00745
\end{array}
$$

$$\begin{array}{lcr} l \cot \alpha & = & 10.36204 \\ l \cos \beta & = & 9.99910 \\ l \frac{1}{\cos \lambda} & = & 0.00290 \\ \hline & & 10.36404 \\ \hline & & -\ 2{,}31225 \end{array}$$

folglich $\cot \omega = + 0{,}00745 - 2{,}31225 = - 2{,}30479$, und ferner $\omega = - 23^\circ.\ 27'$.

Weil auf diese Zeit der Winkel des Flecken **Manilius** mit dem Abweichungszirkel $= 25^\circ.\ 41'$ war; so ist der Winkel, den eben dieser Flecken mit dem Breitenzirkel macht $= 25^\circ.\ 41' - 23^\circ.\ 27' = 2^\circ.\ 14'$.

Hier hat man das Verzeichniß dieses Winkels für den Flecken **Manilius**, auf die Zeiten der oben ausgelesenen Beobachtungen.

| Zeiten der Beobachtungen | | | | | Winkel des scheinbaren Stundenz. mit dem wahren | Winkel des Breitenz. mit dem Abweichungszirkel | Winkel des Manilius mit dem Breitenzirkel |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Jahr | Monat | Tag | st. | ′ | ° ′ | ° ′ | ° ′ |
| 1748. | April | 11. | 11. | 0 | + 0. 59 | + 23. 32 | 58. 11 |
| | | 12. | 9. | 30 | + 1. 1 | + 20. 49 | 58. 35 |
| | May | 11. | 11. | 0 | + 0. 53 | + 18. 56 | 60. 40 |
| | | 16. | 16. | 15 | — 0. 38 | — 9. 29 | 28. 45 |
| | | 17. | 16. | 0 | — 0. 49 | — 14. 37 | 20. 49 |
| | Junius | 5. | 10. | 0 | + 0. 59 | + 23. 30 | 62. 16 |
| | | 13. | 14. | 0 | — 0. 46 | — 12. 30 | 25. 48 |
| | | 14. | 12. | 50 | — 0. 49 | — 16. 59 | 16. 47 |
| | Julius | 2. | 9. | 20 | + 0. 54 | + 23. 34 | 61. 56 |
| | | 4. | 6. | 45 | + 0. 53 | + 21. 33 | 64. 29 |
| | | 5. | 8. | 0 | + 0. 47 | + 18. 43 | 64. 49 |
| | | 6. | 8. | 30 | + 0. 38 | + 14. 42 | 62. 37 |
| | | 7. | 9. | 0 | + 0. 20 | + 9. 37 | 58. 10 |
| | | 8. | 10. | 0 | + 0. 0 | + 3. 32 | 52. 0 |
| | | 9. | 11. | 10 | — 0. 12 | — 3. 13 | 44. 26 |
| | | 10. | 12. | 0 | — 0. 42 | — 9. 44 | 34. 40 |
| | | 11. | 13. | 10 | — 0. 54 | — 15. 15 | 23. 24 |
| | | 12. | 13. | 0 | — 0. 59 | — 17. 26 | 16. 57 |
| | | 15. | 13. | 30 | — 1. 3 | — 23. 27 | 2. 14 |
| | August | 3. | 7. | 0 | + 0. 27 | + 11. 53 | 60. 27 |
| | | 14. | 11. | 30 | — 0. 55 | — 17. 50 | 4. 16 |
| | Novemb. | 1. | 6. | 0 | — 1. 2 | — 23. 23 | 15. 33 |
| | | 2. | 6. | 45 | — 1. 2 | — 23. 22 | 11. 50 |
| | Decemb. | 27. | 4. | 45 | — 1. 2 | — 23. 1 | 7. 19 |
| 1749. | Jenner | 28. | 3. | 45 | — 0. 22 | — 6. 9 | 9. 59 |
| | Hornung | 25. | 11. | 30 | + 0. 25 | — 0. 56 | 14. 53 |
| | Merz | 4. | 11. | 30 | + 0. 53 | + 23. 15 | 54. 26 |

# Der 11. Abschnitt.

## Bestimmung des Standes der Mondsflecken in Ansehung der Ekliptik auf dem Monde.

Nun ist noch eine Vorbereitung übrig, ehe wir zu der Kenntniß der Mondaxe gelangen können, und wir müßen die Lage eines Fleckens noch auf eine andere Art bestimmen. Zu dem Ende ist es nöthig, daß wir den Mond eine Zeitlang von der Seite betrachten, anstatt daß wir ihn uns bisher so vorgestellet haben, wie er auf der Erde gerade vor uns gesehen wird.

Man stellet zwar in dem sphärischen Theil der Sternkunde die Ekliptik als einen Zirkel vor, dessen Mittelpunkt in dem Mittelpunkte der Erde ist, und dessen Axe ebenfalls durch diesen gehet. Allein, dieser Begriff ist, wie die meisten, die man aus der Sphärik bekommt, unvollständig und nicht allgemein genug.

Man bilde sich ein, die Bahn, welche die Erde in ihrem jährlichen Umlaufe um die Sonne beschreibet, sey in dem Raume des Himmels gegen alle Gegenden erweitert; so hat man eine ebene Fläche von unbestimmten Grenzen, und folglich auch von unbestimmter Figur; und diese Fläche ist es, die man für die wahre und eigentliche Ekliptik halten muß.

Da also die Ekliptik keine wirklichbestimmte Figur hat, so hat sie eigentlich auch weder Mittelpunkt noch Axe. In uneigentlichem Verstande aber kann eine jede gerade Linie, die auf dieser Fläche senkrecht stehet, eine Axe, und der Punkt, wo diese Linie auf die Ekliptik fället, ein Mittelpunkt der Ekliptik heißen.

Diese Fläche der Ekliptik ändert vermöge vieljähriger Beobachtungen ihre Lage nicht, und wanket niemals weder auf diese noch auf jene Seite. Sie ist also eine unbewegliche Fläche; nur einige sehr kleine Abweichungen ausgenommen, die man erst vor kurzem entdeckt hat, und die uns in gegenwärtigem Geschäffte nicht irre machen können.

Die Bahn, in welcher sich der Mond um die Erde beweget, ist gegen diese Ekliptik geneigt, und der Mondkörper kommt monatlich nur zweymal in dieselbe; sonst aber stehet er bald über und bald unter dieser Fläche. Der Mond hat also eigentlich keine Ekliptik. Gleichwie aber die wahre Ekliptik in uneigentlichem Verstande vielerley Axen und Mittelpunkte haben kann: Also können auch noch viele Flächen seyn, die alle in diesem Sinne für Ekliptiken können gehalten werden; und auf solche Art kann man den Mond auch eine Ekliptik geben.

Man stelle sich eine Fläche vor, die allezeit durch den Mittelpunkt des Monds gehe, und mit der wahren Ekliptik immerzu parallel sey. Diese Fläche kann den Mondsbürgern in uneigentlichem Verstande die Stelle der wahren Ekliptik ersetzen, und ich werde sie die Ekliptik des Monds heissen.

Es sey noch eine dergleichen ebene Fläche, die mit der wahren Ekliptik parallel sey, und durch einen Ort auf der Oberfläche der Erde gehe. Diese vertritt dem Orte die Stelle der wahren Ekliptik, und sie ist es, nach welcher man an diesem Orte den Stand oder den Ort der Sterne beobachtet. Sie ist gleichsam die scheinbare Ekliptik, und ich werde sie im folgenden die Ekliptik des Orts auf der Erde nennen.

Alle diejenigen Flächen, welche auf der Ekliptik senkrecht stehen, sind sogenannte Breitenzirkel, ob man schon sie nicht allezeit für wirkliche Zirkelflächen halten darf. Es ist genug, wenn es nur unbegrenzte ebene Flächen sind. Eine solche Fläche, die durch den Ort auf der Erde und durch den Mittelpunkt des Monds gehet, ist die Fläche des Breitenzirkels, in welchem die Breite des Monds an diesem Orte, oder die scheinbare Breite, beobachtet wird.

Fig. 25. Es stelle nun zufolge diesen Begriffen die Fläche des Papiers den Breitenzirkel vor, in demselben sey T der Ort auf der Erde, c der Mond, TF sey der Durchschnitt der Ekliptik des Orts T, Ec aber der Durchschnitt von der Ekliptik des Monds, welche hier beyde als gerade Parallellinien ausfallen. Man ziehe aus T nach c die gerade Gesichtslinie Tc. Alsdenn ist der Winkel cTF die scheinbare an dem Orte T beobachtete Breite des Monds. Wenn wir annehmen oberhalb der Linie TF sey der nördliche Theil des Himmels, so ist dieser Winkel cTF die nördliche Breite. Wenn also hingegen der Mond unterhalb in $\varkappa$ stünde, so wäre $\varkappa$TF die südliche Breite des Monds.

Nun wollen wir die Erde, oder den Ort T auf derselben, aus dem Mittelpunkte des Monds c betrachten. Da cE die Ekliptik des Monds andeutet, so wird der Ort T hier unterhalb oder im südlichen Theile des Himmels erscheinen, oder die Breite des Orts T der Erde wird südlich seyn, wenn der Mond, wie in c, in Ansehung der Erde T nördlich ist. Diese Breite des Orts T im Monde c wird durch den Winkel EcT ausgemessen. Dieser Winkel ist aber eben so groß als cTF; folglich ist die Breite des Orts T aus dem Mittelpunkte des Monds betrachtet, eben so groß, als die Breite des Monds aus dem Orte T gesehen wird. Nur daß jene südlich ist, wann diese nördlich. Also auch umgekehrt, die Breite des Orts T, aus dem Monde gesehen ist nördlich, wenn der Mond auf der Erde südlich erscheinet, ob wohl beyde Breiten einander im übrigen gleich sind.

Es sey ACX der Durchschnitt des Monds nach der Fläche des Breitenzirkels, und C, welches in der Linie Tc lieget, der scheinbare Mittelpunkt des Monds. Man ziehe durch c auf Ec oder TF die senkrechte Linie AX: Diese werde ich, eben deswegen weil sie auf der Ekliptik senkrecht stehet und durch den Mittelpunkt des Monds c streicht, die Axe der Mondsekliptik nennen. Die Punkte A und X aber sollen die Pole der Ekliptik auf dem Monde seyn, jener der nördliche, und dieser der südliche. Fig. 26.

Hieraus fließet von sich selbst, daß der Winkel AcC oder der Bogen AC auf dem Monde, welchen man den Abstand des scheinbaren Mittelpunkts C von dem Nordpole der Ekliptik A nennen kann, größer sey als 90°, wenn der Mond auf der Erde mit einer nördlichen Breite erscheinet; und zwar daß er gerade um eben diese Breite größer sey. Hat hingegen der Mond eine südliche Breite, so wird der Abstand des scheinbaren Mittelpunkts vom Nordpole um diese Breite kleiner seyn als 90°. Wodurch also der Abstand AC auf eine jede Zeit leicht kann angegeben werden, wenn man nur die scheinbare Breite des Monds zuvor berechnet hat.

Es sey endlich M ein Flecken auf der Oberfläche des Monds, der Bogen CM sey der Entfernungsbogen, den ich oben im 8ten Abschnitte zu finden gelehret habe. Da der Winkel ACM, den der Flecken mit dem Breitenzirkel macht, ebenfalls aus dem vorhergehenden Abschnitte bekannt ist: So kann man in dem sphärischen Dreyecke ACM die Weite AM des Fleckens M vom Nordpole der Ekliptik, und den Winkel CAM, den ich den Winkel an dem Pole nennen werde, durch Rechnung finden; und folglich dem, was wir in diesem Abschnitte vorgenommen haben, ein Gnügen thun.

Wer nicht nach der gemeinen Trigonometrie rechnen will, der kann sich folgender Formeln bedienen:

$$\cos AM = \cos AC \times \cos CM + \sin AC \times \sin CM \times \cos ACM.$$

Weñ hierdurch AM gefunden worden, so ist $\sin CAM = \dfrac{\sin ACM \times \sin CM}{\sin AM}$.

Man muß aber dabey merken, daß die Zeichen nur gelten, wenn alle in den Formeln vorkommende Winkel und Bögen kleiner sind als 90 Grade. Und ich setze, daß man wisse, wie sich diese Zeichen der Sinus und Cosinus ändern, wenn die Winkel oder Bögen größer werden.

Nach diesen Formeln will ich ein Beyspiel der Rechnung geben.

In der Beobachtung den 4 Merz 1749 war nach meiner Rechnung die scheinbare Breite des Monds für den Horizont von Nürnberg $= 4^{\circ}.42'$ südlich; folglich die Weite AC des scheinbaren Mittelpunkts C vom Nordpole der Ekliptik $A = 85^{\circ}.28'$.

Ferner war aus dem 8ten Abschnitte der Entfernungsbogen für den **Manilius** $CM = 14^{\circ}.46'$, und aus dem vorhergehenden Abschnitte der Winkel desselben Fleckens mit dem Breitenzirkel $ACM = 54^{\circ}.26'$. Daher ist

$$
\begin{array}{rcl}
l \cos AC & = & 8.91349 \\
l \cos CM & = & \underline{9.98541} \\
 & & \underline{8.89890} \\
 & + & 0,07923 \\
l \sin AC & = & 9.99854 \\
l \sin CM & = & 9.40634 \\
l \cos ACM & = & \underline{9.76466} \\
 & & \underline{9.16954} \\
 & + & 0,14775
\end{array}
$$

folglich $\cos AM = + 0,07923 + 0,14775 = 0,22698$, und der Abstand AM selbst $= 76^{\circ}.53'$.

$$
\begin{array}{rrcl}
\text{ferner ist} & l \sin ACM & = & 9.91033 \\
 & l \sin CM & = & 9.40634 \\
 & l \, \dfrac{1}{\sin AM} & = & 0.01148 \\
 & l \sin CAM & = & \overline{9.32815}
\end{array}
$$

folglich CAM oder der Winkel am Pole $= 12^{\circ}.17'$.

Wenn sin CAM negativ herauskommt, so fällt der Flecken **M** auf die andere Seite des Breitenzirkels, und der Winkel, den dieser Sinus alsdenn in den gemeinen Sinustafeln neben sich stehen hat, muß von 360° abgezogen werden, damit der Winkel CAM übrig bleibe.

In dem folgenden Verzeichnisse findet man die Größe von AM und CAM für den Flecken **Manilius**. Ich habe dabey die Beobachtungen auf die mittlere Zeit reduciert, und zugleich die scheinbare Länge und Breite des Monds beygefügt, welches uns im folgenden nützlich seyn wird. Die hinterste Columne muß man nicht ansehen, als bis man zuvor deren Beschaffenheit aus dem, was ich jetzt gleich sagen werde, erkannt hat.

Mittlere

| Mittlere Zeiten | | | Scheinbare Länge des Monds | Scheinbare Breite des ☽ | Abstand des Manil. vom Pole AM | Winkel des Manilius am Pole CAM | Länge des Manilius in der Ekliptik |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Jahr | Mon. | t. st. ' | z. ° ' | ° ' | ° ' | ° ' | z. ° ' |
| 1748. | April | 11. 11. 1 | 6. 0. 35 | 4. 16. s. | 76. 50 | 15. 4 | 0. 15. 39 |
| | | 13. 9. 30 | 6. 27. 24 | 5. 27. s. | 76. 52 | 13. 14 | 1. 10. 39 |
| | May | 11. 10. 56 | 7. 6. 19 | 5. 51. s. | 76. 48 | 13. 50 | 1. 20. 9 |
| | | 16. 16. 11 | 9. 22. 14 | 2. 31. s. | 75. 45 | 6. 38 | 3. 28. 52 |
| | | 17. 15. 56 | 10. 6. 33 | 1. 17. s. | 75. 18 | 5. 14 | 4. 11. 37 |
| | Jun. | 5. 9. 58 | 6. 2. 53 | 4. 56. s. | 76. 59 | 16. 20 | 0. 19. 13 |
| | | 13. 14. 0 | 10. 0. 24 | 1. 41. s. | 75. 29 | 6. 23 | 4. 6. 47 |
| | | 14. 12. 50 | 10. 14. 43 | 0. 25. s. | 75. 3 | 4. 30 | 4. 19. 13 |
| | Jul. | 2. 9. 23 | 5. 28. 25 | 4. 54. s. | 76. 55 | 16. 17 | 0. 14. 42 |
| | | 4. 6. 49 | 6. 23. 11 | 5. 48. s. | 76. 57 | 16. 16 | 1. 9. 27 |
| | | 5. 8. 4 | 7. 7. 18 | 6. 8. s. | 76. 48 | 16. 7 | 1. 23. 25 |
| | | 6. 8. 34 | 7. 21. 34 | 5. 57. s. | 76. 49 | 14. 52 | 2. 6. 26 |
| | | 7. 9. 4 | 8. 6. 15 | 5. 30. s. | 76. 26 | 13. 42 | 2. 19. 57 |
| | | 8. 10. 4 | 8. 21. 33 | 4. 44. s. | 76. 7 | 12. 14 | 3. 3. 47 |
| | | 9. 11. 15 | 9. 7. 12 | 3. 38. s. | 76. 2 | 10. 30 | 3. 17. 42 |
| | | 10. 12. 5 | 9. 22. 50 | 2. 19. s. | 75. 46 | 8. 29 | 4. 1. 19 |
| | | 11. 13. 15 | 10. 8. 37 | 0. 51. s. | 75. 4 | 6. 16 | 4. 14. 53 |
| | | 12. 13. 5 | 10. 23. 34 | 0. 30. n. | 75. 13 | 4. 46 | 4. 28. 20 |
| | | 15. 13. 35 | 0. 6. 37 | 3. 41. n. | 74. 4 | 0. 47 | 6. 7. 24 |
| | Aug. | 3. 7. 5 | 7. 29. 58 | 5. 46. s. | 76. 31 | 14. 25 | 2. 14. 23 |
| | | 14. 11. 34 | 1. 11. 2 | 4. 25. n. | 74. 5 | 1. 33 | 7. 12. 35 |
| | Nov. | 1. 5. 44 | 11. 24. 42 | 3. 4. n. | 74. 21 | 5. 19 | 6. 0. 1 |
| | | 2. 6. 29 | 0. 9. 1 | 3. 46. n. | 73. 51 | 4. 16 | 6. 13. 17 |
| | Dec. | 27. 4. 47 | 0. 14. 44 | 4. 21. n. | 73. 38 | 2. 43 | 6. 17. 27 |
| 1749. | Jan. | 28. 3. 59 | 2. 16. 0 | 3. 0. n. | 74. 22 | 3. 21 | 8. 19. 21 |
| | Horn. | 25. 11. 43 | 2. 27. 53 | 2. 0. n. | 75. 6 | 4. 35 | 9. 2. 28 |
| | Merz | 4. 11. 42 | 5. 22. 9 | 4. 42. s. | 76. 53 | 12. 17 | 0. 4. 26 |

Der Winkel an dem Pole ist der Winkel, welchen der Breitenzirkel, worinnen die Erde aus dem Monde gesehen wird, mit dem Breitenzirkel macht, der durch den Flecken gehet. Er ist also, wie aus der Sphärik bekannt, so groß als der Bogen der Ekliptik, der zwischen diesen beyden Breitenzirkeln inne lieget; oder, er ist der Unterschied zwischen der Länge der Erde, wenn sie aus dem Mittelpunkte des Monds gesehen wird, und der Länge des Fleckens in der Ekliptik. Wenn also jene Länge, nebst dem Winkel an dem Pole, bekannt ist, so läßt sich daraus leicht die Länge des Fleckens, oder der Punkt der Ekliptik bestimmen, in welchem der Flecken erscheinet, wenn er aus dem Mittelpunkte des Monds betrachtet wird.

Die Länge der Erde oder des Orts auf derselben, wie sie aus dem Monde gesehen wird, ist allezeit der Länge des Monds, wenn er aus der Erde gesehen wird, gegenübergesetzt, oder sie sind beyde um 6 Zeichen voneinander unterschieden. Wenn wir zum Exempel auf der Erde den Mond im ♈ sehen, so erscheinet die Erde den Mondsbürgern in der ♎. Dieses ist ein Satz der aus der Sternkunde genugsam bekannt ist. Man addiere demnach zu der Länge des Monds, in welcher er auf der Erde erscheinet, allezeit 6 Zeichen oder subtrahiere diese davon; so wird der Punkt der Ekliptik heraus kommen, in welchem der Ort der Erde aus dem Monde gesehen wird.

Der Winkel an dem Pole, oder der Unterschied zwischen der Länge der Erde und der Fleckens, läßt sich zwar auf zweyerley Arten zehlen; nemlich entweder von der Länge der Erde gegen Morgen, oder auch gegen Abend. Nach der Anweisung aber und der Formel, die ich vorhin zur Berechnung dieses Winkels gegeben habe, bekommt man ihn allezeit auf die erste Art. Das ist, man bekommt die Anzahl der Grade, um welche der Flecken in der Ekliptik aus dem Mittelpunkte des Monds östlicher oder weiter fortgerückt scheinet als die Erde. Wenn also dieser Winkel zu der Länge der Erde aus dem Monde gesehen addiert wird, so erhält man den Punkt der Ekliptik, in welchem man den Flecken aus dem Mittelpunkte des Monds siehet.

Zum Beyspiel 1749 den 4 Merz war zu Nürnberg die scheinbare Länge

| | | |
|---|---|---|
| des Monds = = = = = = | = | 5. 22. 9′ |
| und daher die Länge der Erde, oder vielmehr der Stadt Nürnberg, aus dem Monde gesehen | = | 11. 22. 9 |
| der Winkel an dem Pole war für den **Manilius** | = | 0. 12. 17 |
| folglich die Länge des **Manilius** in der Ekliptik | = | 0. 4. 26; |

und dieß ist der Grund, wornach die leztere Columne im vorigen Verzeichnisse gerechnet worden.

Nunmehr haben wir uns von der Erde völlig losgewickelt, und wir können jezt den Mond mit seinen Flecken betrachten, ohne dabey, wie bisher geschehen, auf die Erde zugleich mit Acht zu haben. Wir wissen die Weite des Fleckens vom Pole der Ekliptik, und seine Länge in derselben; und das ist hinlänglich, alle Eigenschaften der Bewegung des Monds um seine Axe daraus zu entdecken. Man merke nur deswegen die Erklärung und den Unterricht, so ich hier geben werde.

# Der 12. Abschnitt.

## Erklärungen und Anmerkungen über die Eigenschaften der Bewegung des Monds um seine Axe.

Ich wollte wünschen, daß diejenigen, die mich hier recht verstehen wollen, die Fähigkeit hätten, sich körperliche Figuren aus dem Entwurfe, den man davon auf das Papier zeichnen kann, deutlich vorzustellen, und dabey dasjenige, was zu dem Körper selbst gehöret, von dem abzusondern, was die Regeln der Zeichnungskunst daran erzwungen haben. Denn wer sich hieraus nicht finden kann, dem wird der folgende Vortrag, so sehr ich mich auch der Deutlichkeit dabey zu befleißen mir vorgenommen habe, dennoch dunkel und unverständlich vorkommen. Am besten wäre es, wenn man eine hölzerne und schwarzgefärbte Kugel bey der Hand hätte, und darauf mit Kreide alle Punkten und Zirkel, die in der flachen Figur vorkommen, aufzeichnete, so würde man vieler Verwirrung vorkommen, welche andererseits, bey einer perspektivischen Zeichnung auf der Fläche des Papieres, zu vermeiden nicht leicht möglich ist.

Es sey C der wahre Mittelpunkt der Mondskugel, und A der nördliche Pol der Ekliptik auf derselben. Man beschreibe aus diesem Pole in der Weite von 90 Graden den größten Zirkel NBxnYW auf die Oberfläche des Monds: Dieser Zirkel, dessen Mittelpunkt in C ist, stellet den Durchschnitt vor, den die Fläche der Mondsekliptik auf dem Monde macht. Wenn man daher diesen Zirkel zu allen Seiten erweitert oder ausdehnet, so hat man die Fläche, welche ich vorhin die Ekliptik des Monds genennet habe, und die mit der wahren Ekliptik allezeit parallel bleibet, der Mond mag sich bewegen, wie er will. Ob nun schon diese Ekliptik eigentlich keine Fig. 27.

Grenzen hat, so habe ich sie doch hier in einen Zirkel V ☊ b ☋ eingeschlossen, um dadurch die Bequemlichkeit zu erhalten, die Längen, an statt der Winkel, durch Bögen von diesem Zirkel auszudrücken, und überhaupt der Einbildungskraft behülflich zu seyn.

Wenn man in dieser erweiterten Ekliptik den Punkt V für der ersten Punkt des Widders annimmt, und aus solchem auf den Mittelpunkt des Monds C die gerade Linie V C ziehet; so hat man die Linie, welche mit derjenigen, worinn zur Zeit des Frühlingsaequinoctium die Sonne und die Erde stehet, allezeit parallel ist.

Die erstgedachte Linie, in welcher die Sonne und die Erde zur Zeit der Nachtgleichungen stehen, ist, vermöge vieljähriger Beobachtungen nicht immerzu gegen einerley Gegend des Himmels gerichtet und also in ihrer Lage nicht beständig, sondern sie drehet sich jährlich um etwann 50″ weiter gegen Abend; welches die sogenannte Präcessio aequinoctiorum verursachet: Dessen ungeachtet aber sind die Sternkündiger schon längst gewohnet, die Richtung dieser Aequinoctiallinie für unbeweglich zu halten, und die Veränderung derselben lieber dem ganzen Raum des Himmels beyzumessen. Um nun hierinn nichts unnöthiges Neues aufzubringen und die Längen auf eben die Art, wie man bisher gewohnt ist, zu zehlen; so soll diese Voraussetzung auch hier statt finden. Wir wollen annehmen, die Lage der Linie CV seye unveränderlich, und der Punkt V soll ein unbewegliches Merkmal seyn, wovon wir die Längen, und zwar vom Abend gegen Morgen, das ist, von V über ☊, b, u. s. w. zu zehlen anfangen. Es wird sich hernach schon ein Mittel finden, diese Verrückung bey der Bewegung des Monds um die Axe miteinzubringen, wo es nöthig seyn möchte.

Es sey nun M ein Flecken auf der Oberfläche des Monds, durch denselben sey aus dem Pole der Ekliptik A der Breitenzirkel AMB bis an den Punkt B gezogen, in welchem er den vorgedachten Zirkel der Ekliptik auf dem Monde NBXnYW durchschneidet. Man ziehe ferner aus C durch B die gerade Linie CBb: So ist der Bogen V ☊ b die Länge des Fleckens in der Ekliptik von dem ersten Punkte des Widders an gezehlt, die ich kurz vorhin aus den Beobachtungen zu finden gelehret habe. Der Bogen AM aber ist, wie vorhin, der Abstand des Fleckens vom Nordpole der Ekliptik; aus welchem folglich auch die Breite dieses Fleckens BM oder sein Abstand von der Ekliptik bekanntermaßen zu finden wäre.

Durch diese Länge eines Fleckens Vb und seinen Abstand vom Pole der Ekliptik AM kann man erkennen, ob sich der Mond um eine Axe drehe oder nicht. Ich will die Kennzeichen davon anführen, den Grund davon aber, hoffe ich, werde ein jeder leicht aus dem bisherigen Unterrichte fassen können.

Wenn sowohl die Länge eines Fleckens Vb, als auch der Abstand vom Pole AM, immer einerley bleibet und sich niemals ändert; so ist es ein Anzeigen, daß der Mond sich gar nicht um seine Axe bewege.

Wenn sich der Abstand eines Fleckens vom Pole AM allein ändert, und die Länge beständig bleibet; so drehet sich der Mond um, und seine Pole fallen gerade in die Fläche der Ekliptick.

Wenn sich die Länge des Fleckens allein verändert; so wälzet sich der Mond um eine Axe die auf der Ekliptik senkrecht stehet, und in solchem Falle sind die Pole der Umwälzung mit den Polen der Ekliptik A einerley.

Wenn endlich die Länge und der Abstand vom Pole beyde veränderlich sind; so ist die Axe, um welche sich der Mond drehet, gegen die Ekliptik geneigt, und die Pole der Umwälzung fallen zwischen die Fläche der Ekliptik und ihre Pole.

Aus dem vorigen Verzeichnisse über den Flecken **Manilius** siehet man, daß sich beyde, die Länge und der Abstand vom Pole der Ekliptik, ändern. Der Mond drehet sich also wirklich um eine Axe, und diese Axe ist gegen die Ekliptik geneigt. Weil aber die Abstände vom Pole durchgehends nur sehr wenig von einander unterschieden sind; so erkennet man zugleich, daß die Axe der Umdrehung auf die Ekliptik beynahe rechtwinklicht, und folglich die Pole der Umdrehung von den Polen der Ekliptik nicht gar weit entfernet seyen.

Um dieses genauer zu erfahren, und sich überhaupt von der Umwälzung des Monds einen bessern Begriff zu machen, so sey P der nördliche Pol, um welchem sich der Mond drehet. Man beschreibe aus demselben in der Weite von 90 Graden den größten Zirkel NLZnz; so hat man den Aequator des Monds. Dieser Aequator durchschneidet den Zirkel der Ekliptik auf dem Monde WNBX in zweyen gerade gegeneinander über stehenden Punkten N und n; und diese Punkten sind folglich die Aequinoctialpunkten im Monde. Um sie beyde voneinander zu unterscheiden, will ich denjenigen, von welchem die Ekliptik über den Aequator aufwärts gegen Norden zu steigen anfängt, den Aufsteigenden; und den, von welchem sie anfängt unter den Aequator oder gegen Süden zusteigen, den niedersteigenden Aequinoctialpunkt nennen. Jener ist in unserer Figur N, dieser aber n. Ziehet man durch diese beyde Punkten und den Mittelpunkt des Monds C die gerade Linie ☊NCn☋ bis an die erweiterte Ekliptik; so sind ☊ und

☋ die Punkten in der Ekliptik, worinnen die Aequinoctialpunkten aus dem Monde erscheinen; und folglich ist der Bogen V ☊ die Länge des aufsteigenden und V ☊ b ☋ die Länge des niedersteigenden Aequinoctialpunktes. Der Unterschied zwischen beyden Längen ist allezeit 180° oder 6 Zeichen. Wenn also die Länge des einen Aequinoctialpunkts bekannt ist, so weiß man leicht auch die Länge des andern.

Der Zirkel YzAPXZ, der durch die Pole der Ekliptik A und des Mondaequators P gehet, ist der Colur der Sonnenwenden im Monde. Derjenige aber, welcher durch die Aequinoctialpunkten N und n und durch den Pol des Aequators P gehet, ist der Colur der Nachtgleichungen, und dieser durchscheidet jenen im Pole des Aequators P nach rechten Winkeln; wie aus der Sphärik und aus der Aehnlichkeit dieser Zirkel mit denen auf der Erdkugel klar ist. Gleichwie auch dieses nicht unbekannt seyn kann, daß der Winkel BNL, den die Ekliptik mit dem Aequator macht, und der Bogen ZX oder zY des Colurs zwischen der Ekliptik und dem Aequator, dem Abstande der Polen AP allezeit gleich sey.

Ich könnte aus diesem Grunde dem Mond, eben so wie es bey der Erde gewöhnlich ist, auch Polar- und Wendezirkel geben. Allein, es würde dieses weiter nichts helfen, als daß ich von einer Sache geredet hätte, die zu unserem Endzwecke zu gelangen nichts beyträget.

Aus den bisherigen Erklärungen siehet man, daß die Richtung der Axe des Monds, oder die Lage des Pols P, oder auch die Lage des Aequators NLZ, (denn diese drey Dinge laufen auf eines hinaus) von dem Abstande der Polen AP, und von der Länge des aufsteigenden Aequinoctialpunktes ☊ abhange. Diese beyden Stücke müssen demnach bestimmt werden. Ehe wir aber dieses unternehmen, wird es nicht undienlich seyn, einige kurze Anmerkungen beyzubringen.

Bey dem Abstande der Polen AP, oder bey der Neigung der Ekliptik gegen den Aequator des Monds BNL, kann man fragen: 1° wie groß sie sey? und 2° ob sie sich von Zeit zu Zeit ändere? **Cassini**, der, wie im Anfange dieser Abhandlung Meldung gethan worden, die Bewegung des Monds um seine Axe zuerst in Ordnung gebracht hat, giebt die Größe der Neigung des Aequators gegen die Ekliptik 2°. 30′ an; und so viel man aus seiner Theorie abnehmen kann, hält er sie für unveränderlich. Was er inzwischen für einen Grund habe, dieses letztere anzunehmen, läßt sich nicht errathen, wenn man nicht glauben will, es haben ihm die Beobachtungen denselben an die Hand gegeben. Aus diesen aber folget nur, daß die Veränderung solcher Neigung ihm nicht merklich gewesen sey. Es kann also, ungeachtet der cassinischen Theorie, die Neigung der Ekliptik gegen den Aequator des Monds so veränderlich seyn, daß man den Unterschied erst nach langer Zeit daran wahrnehmen kann. Wenn es erlaubt wäre, von dem Beyspiele unserer Erde auf den Mond zu schliessen, so würde die Veränderung entweder gar nichts, oder doch so klein seyn, daß man sie in vielen Jahrhunderten kaum spühren würde. Denn an der Schiefe des Aequators unserer Erdkugel gegen die Ekliptik bemerket man nur ganz geringe Veränderungen, und vor kurzer Zeit war es gar noch zweifelhaft, ob jemals eine Veränderung daran statt finde. Allein, da der Aequator unserer Erdkugel mit dem Aequator des Monds weiter in keiner Verbindung stehet, so ist dieser Schluß nicht sicher. Weil also aus der Erfahrung zur Zeit noch wenig Trost in diesem Stücke zu erhalten und auch dasjenige, was man etwann aus den Gesetzen der Bewegung hieher ziehen könnte, nicht hinreichend und noch zu unvollkommen ist, diese Frage zu entscheiden: So ist weiter nichts übrig, als daß wir es auf einen Versuch ankommen lassen, und indessen, bis wir solchen zu unternehmen vermögend sind, voraussetzen, daß die Neigung des Aequators vom Monde gegen die Ekliptik allezeit einerley Größe behalte, oder wenigstens in Zeit von einem Jahre sich nicht merklich ändere. Wenn wir alsdenn diese Neigung für ein gewisses Jahr gefunden haben, nemlich für das Jahr 1748 oder 49, in welchem die oben angezeigten Beobachtungen sind gehalten worden; so können wir eine Probe mit etlichen Beobachtungen der vorigen Zeiten darüber anstellen, und aus deren mehrern oder wenigern Uebereinstimmung alsdenn schließen, ob die Voraussetzung der beständigen Neigung gültig sey oder nicht.

Was die Länge des aufsteigenden Aequinoctialpunktes betrift, so giebt es dabey ebenfalls verschiedene Dinge, mit denen wir zuvor einen Vergleich treffen müssen, ehe wir sie durch die Beobachtungen ausforschen können. Es ist nicht allein die Frage, was diesem Punkten für eine Länge in der Ekliptik zukomme, sondern auch, ob diese Länge immer einerley bleibe, oder ob und wie sie sich verändere? Aus der schlechten Theorie des Hevels kann man so viel muthmaßen, daß dieser Punkt ungefehr eben den Ort einnehme, und eben die Bewegung habe, oder wenigstens damals als Hevel beobachtete, gehabt habe, welche der Länge des aufsteigenden Knotens der Mondsbahn zukommt. Cassini hat zu seiner Zeit dieses als wahr befunden. Die Bahn, in welcher sich der Mond um die Erde beweget, und der Aequator desselben durchschneiden nach ihm die Ekliptik allezeit in einerley Punkten, und der Ort in der Ekliptik wo der Mond aus der Erde gesehen wird, zu der Zeit wenn sich der Mond im aufsteigenden Knoten befindet, ist auch zugleich der Ort des aufsteigenden Aequinoctialpunktes. Da also die Knoten der Mondsbahn sich in der Ekliptik rückwärts bewegen, so daß sie ungefehr alle 18 Jahre einmal ganz herum kommen, so müssen die Aequinoctialpunkten ebenfalls diese Bewegung haben. Wenn nun dieses alles richtig wäre, so würde es leicht seyn, die Länge des aufsteigenden Aequinoctialpunkts auf eine jede Zeit anzugeben. Man dürfte nur aus den astronomischen Tafeln für diese Zeit die Länge des aufsteigenden Knotens berechnen, denn eben diese Länge würde auch die begehrte Länge des aufsteigenden Aequinoctialpunkts seyn. Allein, hiebey kann man wieder einigen Zweifel machen. Denn es ist bekannt, daß die Knoten der Mondsbahn eine ungleiche Bewegung haben, so daß sie nicht immerzu rückwärts laufen, sondern bisweilen eine Zeitlang gar stille stehen. Die Sternkündiger erdichten zwar eine mittlere Bewegung für diesen Knoten; es ist aber solche mehr nicht als eine Erdichtung, die in der Natur wirklich nicht statt findet, sondern nur deswegen ist ausgesonnen worden, damit man die wahre ungleiche Bewegung darnach berechnen könne. Sollte denn nun der Aequinoctialpunkt ebenfalls einen solchen unrichtigen Lauf haben? Dieß ist in der That schwerlich zu glauben. Die ungleiche Bewegung der Knoten rühret von der anziehenden Kraft der Sonne her, wodurch die Fläche der Mondsbahn von ihrer Lage ohne Unterlaß abzuweichen gezwungen wird. Diese Kraft aber wirket nicht auf gleiche Art auf den Aequator oder auf die Axe des Monds, und diese Axe hat mit der Mondsbahn gar keine Gemeinschaft. Man kann folglich nicht sehen, warum die Aequinoctialpunkten im Monde eben diejenige Länge und Bewegung haben sollten, nach welcher sich die Knoten der Mondsbahn richten, und noch weniger warum deren Bewegung ungleich seyn sollte. Ist nun aber die Bewegung der Aequinoctialpunkten gleichförmig oder immer von einerley Geschwindigkeit; so gehet es auf obige Weise nimmer an, ihre Länge in der Ekliptik aus den Mondstafeln zu berechnen, es sey denn, daß man ihnen die mittlere Länge und die mittlere Bewegung der Knoten zukommen lasse. Allein, auch dieses zu thun hat man keinen hinreichenden Grund. Warum sollen die Aequinoctialpunkten einer Bewegung folgen, die nur erdichtet ist? und warum soll ihr Ort in der Ekliptik eben der Ort eines willkührlich angenommenen mittlern Knotens seyn? Vielleicht trift die Bewegung der Aequinoctialpunkten nur ungefehr mit dieser mittlern Bewegung der Knoten zu, und ist in der That etwas langsamer oder geschwinder. Vielleicht fällt auch ihre Länge in der Ekliptik nur beynahe an den Ort, wo die mittlere Knoten der Mondsbahn sind. Man könnte zwar denken, es lasse dieses alles sich am besten aus den Beobachtungen unter-

untersuchen und entscheiden. Wenn man aber zugleich überleget, daß dazu eine Reihe Beobachtungen von etlichen Jahrhunderten gehöre; daß diese Beobachtungen ausserordentlich genau und richtig seyn müßen; und daß man dergleichen bisher noch nicht habe: So wird diese Hoffnung verschwinden. Wir werden uns daher auch hier mit einer Voraussetzung behelfen müssen. Wir wollen annehmen, die Bewegung der Aequinoctialpunkten sey gleichförmig und so groß als die mittlere Bewegung der Knoten; weil doch die hevelische und cassinische Theorien dazu eine Vermuthung geben. Die Länge des aufsteigenden Aequinoctialpunkts soll mit der Länge des aufsteigenden Knoten, wie sie aus dem Monde gesehen wird, oder mit der Länge des niedersteigenden Knoten aus der Erde gesehen, beynahe übereinstimmen. Wenn man also aus den Tafeln über den Mondslauf den mittlern Ort des aufsteigenden Knoten für eine gegebene Zeit berechnet hat, und man setzt sie $= k$, so setzen wir die Länge des aufsteigenden Aequinoctialpunkts oder den Bogen $V \Omega = k + \theta$; also daß $\theta$, als der Unterschied zwischen beyden, nur eine wenige Anzahl Grade bedeute, die wir durch die Beobachtungen bestimmen wollen.

Endlich muß ich noch etwas voraus setzen, dagegen man aber, wie ich glaube, wenig oder gar nichts wird einwenden können. Ich werde annehmen, daß die Pole der Umwälzung auf dem Monde, und folglich auch die Axe und der Aequator, immer an einem Orte, in Ansehung der Oberfläche und der Flecken, verbleiben. Ein Flecken nemlich, der einmal in dem Nordpole oder in dem Aequator stehet, wird allezeit darinnen bleiben, und durch die verschiedene Bewegungen niemals daraus weichen. Der Aequator wird also immer durch einerley Flecken streichen, und der Abstand eines Fleckens von demselben, oder vom Pole der Umwälzung, wird sich niemals ändern. Man hat so wenig Ursache, das Gegentheil davon zu behaupten, so wenig als man bisher an den Oertern auf der Erde wahrgenommen hat, daß sie ihre Polhöhe oder geographische Breite verändern. Ja da der Mond noch fester ist als die Erde, und man sehr wahrscheinlich darthun kann, daß wenigstens auf seine Oberfläche nichts flüssiges anzutreffen und also der Mondkörper keiner solchen Veränderung an seiner Figur unterworfen sey, wie unsere Erde: So muß auch seine Axe und alles was damit verbunden ist, als der Aequator, die Pole, u. s. w. noch viel weniger fähig seyn, aus ihrer Lage im Monde verrückt zu werden. Denn so lange als der Mittelpunkt der Schwere eines Weltkörpers aus seiner Stelle in demselben nicht vertrieben, das ist, wenn die Figur nicht verwandelt wird, und sonst kein anderer Körper an denselben stösset, so lange kann er sich auch um keine andere Axe drehen.

Nunmehr ist der Weg zu unsern Entdeckungen gebahnet, und die Anstalten sind gemacht, denselben zu betretten. In kurzem werden wir das vornehmste Stück von der Bewegung des Monds um seine Axe bekannt haben.

# Der 13. Abschnitt.

## Bestimmung der Neigung des Mondaequators gegen die Ekliptik, und des Orts der Aequinoctialpunkten.

Wem geläufig ist, was man auf der Erde die geographische Breite eines Orts nennet, der wird den Begriff davon auch leicht auf den Mond anwenden und verstehen können, was ich durch die geographische Breite eines Mondfleckens andeuten will. Ich nenne nemlich die geographische Breite, oder nur schlechthin die Breite, eines Fleckens den Bogen des Mittagzirkels M L der zwischen dem Flecken M und dem Aequator liegt. Der Mittagszirkel aber selbst ist bekanntermassen derjenige Zirkel, der durch die Pole des Aequators und durch den Flecken gezogen wird. Man siehet auch, daß diese Breite M L, eben wie auf der Erde, entweder nördlich oder südlich seyn könne. Nördlich ist sie, wenn der Flecken vom Aequator gegen den Nordpol; südlich aber, wenn er gegen den Südpol hin lieget.

Fig. 27.

Weil der Aequator und die Pole in Ansehung der Flecken ihre Lage nicht ändern; so wird auch die geographische Breite eines Fleckens während der Umwälzung des Monds allezeit beständig bleiben.

Es sey nun der Abstand der Pole AP $= \alpha$, die Breite des Fleckens BM $= \beta$, und also PM $= 90^\circ - \beta$. Ferner sey für eine gegebene Zeit die Länge des aufsteigenden Knotens der Mondsbahn $= k$, und die Länge des aufsteigenden Aequinoctialpunkts V♈, wie ich im vorigen Abschnitte gesetzt habe, $= k + \theta$. Aus der Beobachtung für diese Zeit sey endlich die Länge des Fleckens M in der Ekliptik, oder der Bogen V♈b $= g$, und sein Abstand vom Pole der Ekliptik AM $= h$. Alsdenn ist der Bogen ♈b oder auch der Winkel NAM $= g - (k + \theta) = g - k - \theta$; und weil NAP $= 90^\circ$, der Winkel PAM $= 90^\circ - g + k + \theta$. Da nun nach den Regeln der Trigonometrie in dem sphärischen Dreyecke APM

$$\cos PM = \cos AP \times \cos AM + \sin AP \times \sin AM \times \cos PAM;$$

so hat man die Gleichung

$$\cos(90^\circ-\beta) = \cos\alpha \cos h + \sin\alpha \sin h \cos(90^\circ - g + k + \theta)$$

oder

$$\sin\beta = \cos\alpha \cos h + \sin\alpha \sin h \sin(g - k - \theta) .$$

Wenn man nun aus dreyen Beobachtungen, die zu verschiedenen Zeiten sind angestellt worden, die Wehrte von $g$, $h$ und $k$ in Zahlen substituiert; so erhält man drey Gleichungen, durch deren Auflösung folglich die drey unbekannten Größen $\alpha$, $\beta$ und $\theta$ können gefunden werden.

Dem ersten Ansehen nach hält zwar die Auflösung einer solchen Gleichung nichts sonderlich schweres in sich. Man versuche es aber wirklich; so wird man bald das Gegentheil erfahren. Damit man nun hierinnen leichter fortkommen könne; so will ich mich bemühen, durch einige erlaubte Voraussetzungen die Formel $\sin\beta = \cos\alpha \cos h + \sin\alpha \sin h \sin(g-k-\theta)$ zur Rechnung geschickter zu machen.

Wenn man $g-k-\theta$ und $h$ veränderlich annimmt, und die erstgedachte Gleichung differenziieret, nach der Hand aber $dh = 0$ setzt; so findet man, daß $h$ am größten oder am kleinsten sey, wenn $\cos(g-k-\theta) = 0$, das ist, wenn $\sin(g-k-\theta) = \pm 1$. In diesem Falle aber verwandelt sich die Gleichung in folgende,

$$\sin\beta = \cos\alpha \cos h \pm \sin\alpha \sin h$$

oder $\sin\beta = \cos(h \mp \alpha)$

oder auch $\beta \mp \alpha = 90^\circ - h$.

Es kann also $h$ niemals größer werden als $90^\circ - \beta + \alpha$, und niemals kleiner als $90^\circ - \beta - \alpha$; der Unterschied zwischen diesen beyden Wehrten ist $= 2\alpha$. Wenn man also in einer Reihe von Beobachtungen nachsiehet, welches der größte und kleinste Wehrt von $h$, oder von dem Abstande eines Fleckens vom Pole der Ekliptik, sey, und man nimmt die Hälfte des Unterschieds zwischen solchen beyden Wehrten: so bekommt man die Größe von $\alpha$, oder den Abstand der Polen.

Aus obigem Verzeichnisse im 11 Abschnitte ersiehet man, daß für den Flecken **Manilius** der größte Wehrt von $h$, im Jahr 1748 den 5 Junius $= 76^\circ.59'$, der kleinste aber den 27 December ebendesselben Jahrs $= 73^\circ.36'$ gewesen sey. Da nun der Unterschied $3^\circ.23'$ beträgt; so wäre $\alpha$, oder der Abstand des Pols der Umwälzung P von dem Pole der Ekliptik, $= 1^\circ.41'\frac{1}{2}$.

Weil $90° - \beta = h + \alpha$, so kann auch die Breite des Fleckens $\beta$ gefunden werden, wenn man von dem größten Wehrte von $h$ den gefundenen Abstand der Pole $1°.41'\frac{1}{2}$ subtrahiert, oder zu dem kleinsten addiert, und hernach das herauskommende von $90°$ abziehet. Demnach wäre hier die geographische Breite des Flecken **Manilius** $= 90° - 75°.17'\frac{1}{2} = 14°.42'\frac{1}{2}$.

Endlich läßt sich auch die Größe von $\theta$ ausfindig machen. Da $h$ am größten war, als sich die Länge des Fleckens in der Ekliptik, oder $g$, den 5 Junii auf $0^s.19°.13'$ beliefe; zu dieser Zeit aber $\sin(g - k - \theta) = +1$, oder $g - k - \theta = 90°$ oder $3^s$. seyn solle: So ist $0^s.19°.13' - k - \theta = 3^s$, oder weil $k$ aus den astronomischen Tafeln für diese Zeit $= 10^s.10°.39'$ gefunden wird,

$$12^s.19°.13' - 10^s.10°.39' - \theta = 3^s, \text{ oder}$$
$$2^s.8°.34' - \theta = 3^s. \text{ Also wäre } \theta = +21°.26'.$$

Das ist, die Länge des aufsteigenden Aequinoctialpunkts wäre um $21°.26'$ grösser als die Länge des aufsteigenden Knotens der Mondsbahn.

Gleichergestalt, da den 27 December die Länge des Fleckens $6^s.17°13'$ war, und zu dieser Zeit $\sin(g - k - \theta) = +1$ oder $g - k - \theta = 9^s$. seyn solle, auch über dieses die Länge des aufsteigenden Knoten $k$ aus den Mondstafeln $= 9^s.29°.49'$ gefunden wird; so ist

$$6^s.17°.13' - 9^s.29°.49' - \theta = 9^s, \text{ folglich } \theta = +12°.36'.$$

Man darf sich über die große Verschiedenheit der beyden gefundenen Wehrte von $\theta$ nicht verwundern. Denn da $h$ sich nur sehr langsam verändert, zur Zeit, wenn es am größten oder kleinsten ist, inzwischen aber die Länge des Fleckens sehr geschwinde verändert wird; wie aus dem obigen Verzeichnisse im 11ten Abschnitte leicht zu ersehen ist: So hat man auch in dieser Länge $g$ und dem davon abhangenden Wehrte von $\theta$ keine große Richtigkeit zu hoffen. Ein geringer Fehler in dem größten oder kleinsten Abstande des Fleckens vom Pole der Ekliptik, der zum Exempel nur $5'$ beträgt, kann in dem Wehrte von $\theta$ einen Fehler von 20 bis 25 Graden verursachen.

Es ist aber auch der Versuch, den wir hier über die Bestimmung der Größen $\beta$, $\alpha$ und $\theta$ angestellet haben, nichts anders als nur ein blosser Versuch, auf den wir uns nicht verlassen wollen, und der uns nur zur Verkürzung der obigen Formel dienen solle. Wir können zu unserm Vortheile wenigstens dieses daraus schließen, daß sowohl $\alpha$ als $\theta$ nicht gar groß, und daß es also erlaubt sey, $\cos\alpha$ und $\cos\theta = 1$ zu setzen. Diese Voraussetzung kann nun die gedachte Formel $\sin\beta = \cos\alpha \cos h + \sin\alpha \sin h \sin(g-k-\theta)$ ungemein viel leichter machen. Denn wenn in derselben $\cos\alpha$ und $\cos\theta = 1$, und also $\sin(g-k-\theta) = \sin(g-k) - \sin\theta \cos(g-k)$ angenommen wird; so verwandelt sie sich nach einer kleinen Versetzung in diese

$$\sin\beta - \cos h = \sin h \sin(g-k) \sin\alpha - \sin h \cos(g-k) \sin\alpha \sin\theta.$$

Weil nun auch $h$ niemals um mehr als um $\alpha$ größer oder kleiner seyn kann als $90° - \beta$; so wollen wir den kleinen Unterschied zwischen beyden $= n$, und also $\beta = 90° - h + n$ setzen. Diesemnach ist $\sin\beta = \cos(h - n)$, oder wegen der geringen Größe von $n$, $\sin\beta = \cos h + n \sin h$, folglich $\sin\beta - \cos h = n \sin h$, und ferner

$$n \sin h = \sin h \sin(g-k) \sin\alpha - \sin h \cos(g-k) \sin\alpha \sin\theta;$$

oder weil $\sin\alpha$ beynahe $= \alpha$, und $n = \beta - (90° - h)$,

$$\beta - (90° - h) = \alpha \sin(g-k) - \alpha \sin\theta \cos(g-k);$$

und diese Gleichung ist es, die zur Bestimmung der Wehrte von $\alpha$, $\beta$ und $\theta$ bequemer seyn wird als die vorige. Man muß dabey merken, daß $\alpha$ in Graden und Minuten herauskomme, weil der Unterschied zwischen $\beta$ und $90° - h$ in eben dergleichen genommen wird, und weil $\sin\alpha = \alpha$ gesetzt worden.

Die drey Beobachtungen betreffend, die man zu dieser Bestimmung gebrauchen will, muß man sich in Acht nehmen, daß man keine dazu erwähle, die gar zu wenig voneinander entfernet, oder vielmehr keine solche, in welchen die Größen $h$ allzuwenig voneinander unterschieden sind. Man kann auch an den Winkeln $g-k$ erkennen, was für Beobachtungen sich hier am besten zusammen schicken. Wenn nemlich der Unterschied zwischen $g-k$ in der ersten und zweyten, und in der zweyten und dritten Beobachtung ungefähr 90° beträgt, so sind sie hierzu am allertauglichsten.

Zu einem Beyspiele der Rechnung will ich die Beobachtungen vom 2ten, 10ten und 15ten Julius wählen, als welche mit den gemeldten Eigenschaften ziemlich versehen sind. Weil aber über das, was in dem Verzeichnisse des 11ten Abschnitts aus den Beobachtungen hieher kann genommen werden, noch der mittlere Ort des aufsteigenden Knotens des Mondsbahn bekannt seyn muß: So kann man merken, daß ich für den Anfang des Jahrs 1748 die Epoche dieses Knotens nach dem besten astronomischen Tafeln 10s. 18°. 56'. 26" angenommen und daraus auf die folgenden Zeiten seine Länge, vermittelst der bekannten täglichen Bewegung von 3'. 11" und jährlichen von 19°. 19′. 43″, bestimmt habe. Dieß vorausgesetzt, stehet die Rechnung für die drey Beobachtungen also:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Mittlere Zeit | M. T. st. ′ | M. T. st. ′ | M. T. st. ′ |
| 1748 | Jul. 2. 9. 23 | Jul. 10. 12. 5 | Jul. 15. 13. 35 |
| $h =$ | 76°. 55′ | 75°. 46′ | 74°. 4′ |
| $90° - h =$ | 13. 5 | 14. 14 | 15. 56 |
| $g =$ | 0. 14. 42 | 4. 1. 19 | 6. 7. 24 |
| $k =$ | 10. 9. 14 | 10. 8. 48 | 10. 8. 32 |
| $g - k =$ | 2. 5. 28 | 5. 22. 31 | 7. 28. 52 |
| oder $g - k =$ | 65. 28 | 172. 31 | 238. 52 |
| $\sin(g-k) =$ | $+0,9097$ | $+0,1302$ | $-0,8560$ |
| $\cos(g-k) =$ | $+0,4152$ | $-0,9915$ | $-0,5170$ |

Wenn man also in obige Formel die Wehrte von $90° - h$, $\sin(g-k)$ und $\cos(g-k)$ einsetzt; so erhält man folgende drey Gleichungen:

$$\text{I.)}\ \beta - 13°.\ 5' = +\ 0,9097\,\alpha - 0,4152\,\alpha \sin\theta$$
$$\text{II.)}\ \beta - 14.\ 14 = +\ 0,1302\,\alpha + 0,9915\,\alpha \sin\theta$$
$$\text{III.)}\ \beta - 15.\ 56 = -\ 0,8560\,\alpha + 0,5170\,\alpha \sin\theta$$

Diese Gleichungen auszuwickeln, kann man am leichtesten folgendergestalt verfahren: Man ziehe die erste und zweyte von der dritten ab; so kommen zwo neue Gleichungen, in welchen $\beta$ nicht mehr zu finden:

$$-\ 171' = -\ 1,7657\,\alpha + 0,9322\,\alpha \sin\theta$$
$$-\ 102 = -\ 0,9862\,\alpha + 0,4745\,\alpha \sin\theta.$$

Man theile ferner diese beyden durch ihre Coefficienten bey $\alpha \sin\theta$; nemlich die erstere durch 0,9322, die letztere aber durch $-$ 0,4745; so kommen diese Gleichungen:

$$-\ 183,44 = -\ 1,8941\,\alpha + \alpha \sin\theta$$
$$+\ 214,47 = +\ 2,0784\,\alpha - \alpha \sin\theta$$

Man subtrahiere endlich diese letztern beyde voneinander so kommt

$$397,91 = 3,9725\,\alpha$$

und hieraus ferner $\alpha = 100' = 1°. 40'$. Gehet man nun mit diesem Wehrte von $\alpha$ in die vorigen Gleichungen zurücke; so findet man $\sin\theta = +\ 0,0628$, $\theta = +\ 3°. 36'$, und $\beta = 14°. 33'$.

Solchergestalt wären nun die verlangten drey Stücke $\alpha$, $\beta$ und $\theta$ zwar bestimmt. Weil aber in den aus den Beobachtungen geschlossenen Größen von $g$ und $h$ manchmal auch Fehler zu vermuthen sind, die sich unmöglich vermeiden lassen, gleichwol aber in die Größen von $\alpha$, $\beta$ und $\theta$ einen Einfluß haben können: So dörfen wir auch der gegenwärtigen Bestimmung, die nur aus dreyen Beobachtungen hergeleitet worden, nicht völlig trauen. Man darf nur eine Probe mit dreyen andern Beobachtungen anstellen, um hievon überzeugt zu werden. Ich habe deshalben geglaubt, der Wahrheit am nächsten zu kommen, wenn ich alle oben angeführte berechnete Beobachtungen zugleich in dieser Sache gebrauchte. Diese Weise, nach welcher ich verfahren habe, kann man hier sehen:

Ich habe zu erst für eine jede Zeit der Beobachtungen den mittlern Ort des aufsteigenden Knotens $k$ berechnet, und solchen hernach von der Länge $g$ des Flecken Manilius abgezogen um den Winkel $g - k$ zu erhalten. Hier ist das Verzeichniß davon.

| Mittlere Zeiten der Beobachtungen | | | | | $k$ | | | $g-k$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| J. | M. | T. | St. | ′ | Z. | ° | ′ | ° | ′ | |
| 1748. | April | 11. | 11. | 1 | 10. | 13. | 34 | 62. | 5 | I |
| | | 13. | 9. | 30 | 10. | 13. | 28 | 87. | 11 | II |
| | May | 11. | 10. | 56 | 10. | 11. | 59 | 98. | 10 | III |
| | | 16. | 16. | 11 | 10. | 11. | 42 | 167. | 10 | IV |
| | | 17. | 15. | 56 | 10. | 11. | 39 | 179. | 58 | V |
| | Junius | 5. | 9. | 58 | 10. | 10. | 39 | 68. | 34 | VI |
| | | 13. | 14. | 0 | 10. | 10. | 14 | 176. | 33 | VII |
| | | 14. | 12. | 50 | 10. | 10. | 11 | 189. | 2 | VIII |
| | Julius | 2. | 9. | 23 | 10. | 9. | 14 | 65. | 28 | IX |
| | | 4. | 6. | 49 | 10. | 9. | 8 | 90. | 19 | X |
| | | 5. | 8. | 4 | 10. | 9. | 5 | 104. | 20 | XI |
| | | 6. | 8. | 34 | 10. | 9. | 2 | 117. | 24 | XII |
| | | 7. | 9. | 4 | 10. | 8. | 58 | 130. | 59 | XIII |
| | | 8. | 10. | 4 | 10. | 8. | 55 | 144. | 52 | XIV |
| | | 9. | 11. | 15 | 10. | 8. | 51 | 158. | 51 | XV |
| | | 10. | 12. | 5 | 10. | 8. | 48 | 172. | 31 | XVI |
| | | 11. | 13. | 15 | 10. | 8. | 45 | 186. | 8 | XVII |
| | | 12. | 13. | 5 | 10. | 8. | 41 | 199. | 39 | XVIII |
| | | 15. | 13. | 35 | 10. | 8. | 32 | 238. | 52 | XIX |
| | Aug. | 3. | 7. | 5 | 10. | 7. | 32 | 126. | 51 | XX |
| | | 14. | 11. | 34 | 10. | 6. | 57 | 275. | 38 | XXI |
| | Nov. | 1. | 5. | 44 | 10. | 2. | 47 | 237. | 14 | XXII |
| | | 2. | 6. | 29 | 10. | 2. | 44 | 250. | 33 | XXIII |
| | Decemb. | 27. | 4. | 47 | 9. | 29. | 49 | 257. | 38 | XXIV |
| 1749. | Jenner | 28. | 3. | 59 | 9. | 28. | 7 | 321. | 14 | XXV |
| | Horn. | 25. | 11. | 43 | 9. | 26. | 37 | 335. | 51 | XXVI |
| | Merz | 4. | 11. | 42 | 9. | 26. | 15 | 68. | 11 | XXVII |

Nachdem dieses geschehen war, formierte ich, nach der vorigen allgemeinen Gleichung, aus jeder Beobachtung eine besondere; und erhielte also 27 Gleichungen, die nach der Ordnung also stehen:

$$
\begin{array}{rl}
\mathrm{I)} & \beta - 13^\circ.\ 10' = +\ 0{,}8836\,\alpha - 0{,}4682\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{II)} & \beta - 13.\ \ 8 = +\ 0{,}9996\,\alpha - 0{,}0282\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{III)} & \beta - 13.\ 12 = +\ 0{,}9899\,\alpha + 0{,}1421\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{IV)} & \beta - 14.\ 15 = +\ 0{,}2221\,\alpha + 0{,}9750\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{V)} & \beta - 14.\ 42 = +\ 0{,}0006\,\alpha + 1{,}0000\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{VI)} & \beta - 13.\ \ 1 = +\ 0{,}9308\,\alpha - 0{,}3654\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{VII)} & \beta - 14.\ 31 = +\ 0{,}0602\,\alpha - 0{,}9982\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{VIII)} & \beta - 14.\ 57 = -\ 0{,}1570\,\alpha + 0{,}9876\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{IX)} & \beta - 13.\ \ 5 = +\ 0{,}9097\,\alpha - 0{,}4152\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{X)} & \beta - 13.\ \ 2 = +\ 1{,}0000\,\alpha + 0{,}0055\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{XI)} & \beta - 13.\ 12 = +\ 0{,}9689\,\alpha + 0{,}2476\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{XII)} & \beta - 13.\ 11 = +\ 0{,}8878\,\alpha + 0{,}4602\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{XIII)} & \beta - 13.\ 34 = +\ 0{,}7549\,\alpha + 0{,}6558\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{XIV)} & \beta - 13.\ 53 = +\ 0{,}5755\,\alpha + 0{,}8178\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{XV)} & \beta - 13.\ 58 = +\ 0{,}3608\,\alpha + 0{,}9326\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{XVI)} & \beta - 14.\ 14 = +\ 0{,}1302\,\alpha + 0{,}9915\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{XVII)} & \beta - 14.\ 56 = -\ 0{,}1068\,\alpha + 0{,}9943\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{XVIII)} & \beta - 14.\ 47 = -\ 0{,}3363\,\alpha + 0{,}9418\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{XIX)} & \beta - 15.\ 56 = -\ 0{,}8560\,\alpha + 0{,}5170\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{XX)} & \beta - 13.\ 29 = +\ 0{,}8002\,\alpha + 0{,}5997\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{XXI)} & \beta - 15.\ 55 = -\ 0{,}9952\,\alpha - 0{,}0982\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{XXII)} & \beta - 15.\ 39 = -\ 0{,}8409\,\alpha + 0{,}5412\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{XXIII)} & \beta - 16.\ \ 9 = -\ 0{,}9429\,\alpha + 0{,}3330\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{XXIV)} & \beta - 16.\ 22 = -\ 0{,}9768\,\alpha + 0{,}2141\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{XXV)} & \beta - 15.\ 38 = -\ 0{,}6262\,\alpha - 0{,}7797\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{XXVI)} & \beta - 14.\ 54 = -\ 0{,}4091\,\alpha - 0{,}9125\,\alpha \sin\theta \\
\mathrm{XXVII)} & \beta - 13.\ \ 7 = +\ 0{,}9284\,\alpha - 0{,}3716\,\alpha \sin\theta
\end{array}
$$

Weil es nun allzumühsam wäre, wenn man je drey und drey dieser Gleichungen gegen einander halten und auf vorige Weise daraus die Wehrte von $\alpha$, $\beta$ und $\theta$ bestimmen wollte: So theilte ich sie insgesammt in drey gleiche besondere Classen ein. Zu der ersten Classe rechnete ich diejenigen, in welchen der Coefficient bey $\alpha$ positiv und zugleich größer war als bey den übrigen; diese sind die 1. 2. 3. 6. 9. 10. 11. 12 und 27ste. In die zweyte Classe nahm ich die, welche den Coefficienten bey $\alpha$ ebenfalls größer, als bey den andern, zugleich aber negativ hatten, und diese sind die 8. 18. 19. 21. 22. 23. 24. 25 und 26ste. Zur dritten Classe kamen sodenn die übrigen, deren Coefficient bey $\alpha$ sin $\theta$ aber größer war, als der andern; diese waren die 4. 5. 7. 13. 14. 15. 16. 17 und 20ste. Hierauf addierte ich alle Gleichungen einer jeden Classe, und alsdenn bekam ich drey andere Gleichungen, nemlich

aus der 1. Classe war $9\beta - 118°.\ 8' = + 8{,}4987\alpha - 0{,}7932\alpha \sin\theta$

aus der 2. Classe $9\beta - 140.\ 17 = - 6{,}1404\alpha + 1{,}7443\alpha \sin\theta$

und aus der 3. Classe $9\beta - 127.\ 32 = + 2{,}7977\alpha + 7{,}9649\alpha \sin\theta$.

Diese konnten nun an statt der vorigen insgesammt die Stelle vertretten, weil jene alle in diesen dreyen auf die vortheilhaftigste Art begriffen sind. Der Vortheil aber bestehet darinn, daß durch die obige Absonderung in drey Classen die Unterschiede unter den dreyen Summen so groß geworden, als es möglich war. Denn je größer diese Unterschiede sind, je richtiger lassen sich die unbekannten Größen von $\alpha$, $\beta$ und $\theta$ daraus finden.

Ich subtrahierte ferner die erste dieser drey neuen Gleichungen von der mittlern und letztern, und erhielte dadurch zwo andere, darinnen $\beta$ nicht mehr vorkam, wie man hier siehet:

$$- 564 = - 5{,}7010\alpha + 8{,}7581\alpha \sin\theta$$
$$- 1331 = - 14{,}6391\alpha + 2{,}5375\alpha \sin\theta$$

Um nun auch sin $\theta$ auszumerzen, dividierte ich erstlich eine jede dieser zwo Gleichungen durch ihren Coefficienten, bey $\alpha$ sin $\theta$, zog hernach die beyde herauskommenden Gleichungen, nemlich

$$64{,}398 = 0{,}6509\alpha - \alpha \sin\theta$$
$$524{,}530 = 5{,}7690\alpha - \alpha \sin\theta$$

voneinander ab; so bliebe

$$460{,}132 = 5{,}1181\alpha$$

daraus ich endlich fand, daß $\alpha = 89',90$ oder beynahe $= 1°.30'$; und denn ferner auch $\theta = - 3°.45'$, und $\beta = + 14°.33'$.

Es ist also die Neigung des Aequators auf dem Monde gegen die Ekliptik = = = = = = = $= 1°.30'$

die Länge des aufsteigenden Aequinoctialpunkts

für den Anfang des Jahrs 1745 = = $= 10^s.\ 15°.11'$

und die geographische Breite des **Manlius** $=$ 14. 33 nördl.

Vielleicht begehrt man noch zu wissen, in wiefern man sich auf diese gefundenen Wehrte von $\alpha$, $\beta$ und $\theta$ verlassen könne, oder welches der Grad der Richtigkeit sey, den sie durch diese Bestimmungen erreicht haben. Denn daß dieselben völlig gut und ohne Fehler seyn, lässet sich nicht leicht vermuthen; weil die Beobachtungen, wenn man daraus einen Bogen auf dem Monde, dergleichen $g$ und $h$ sind, auch nur auf etwan 10 oder 15 Minuten gewiß bestimmen will, sehr scharf und mit dem allergrößten und kaum möglichen Fleiße müssen gemacht seyn. Nun könnte ich zwar aus der obigen allgemeinen Formel eine Methode anzeigen, wodurch man ungefehr finden könnte, was für einen Einfluß ein Fehler bey $g$ und $h$ in die Grössen von $\alpha$, $\beta$ und $\theta$ habe. Ich achte es aber nicht für nöthig, sondern es wird genug seyn, wenn ich nur einen beyläufigen Ueberschlag hievon mache; und das kann ungefehr auf folgende Weise geschehen:

Im vorigen Beyspiele, da wir nur drey Beobachtungen gebraucht haben, wurde gefunden $\alpha = 1^\circ.\,40'$, $\beta = 14^\circ.\,33'$ und $\theta = +\,3^\circ.36'$; in der andern Rechnung aber, worinnen alle 27 Beobachtungen sind angewendet worden, kam $\alpha = 1^\circ.30'$, $\beta = 14^\circ.\,33'$ und $\theta = -\,3^\circ.45'$. Weil nun diese letztern Wehrte aus neunmal mehr Beobachtungen sind gefunden worden; so kann man schließen, daß sie auch neunmal richtiger seyen als die erstern; und daß also die Fehler in einer jeden sich umgekehrt verhalten, wie die Anzahl ihrer Beobachtungen. Es sey nun der wahre Wehrt von $\alpha = 1^\circ.30' \pm x$, also daß $x$ der Unterschied oder Irrthum sey, um wie viel die aus 27 Beobachtungen bestimmte Größe $\alpha$ von der wahren abweichen könne: Weil aus 3 Beobachtungen $\alpha = 1^\circ.40'$ gefunden worden; so ist der Fehler, der sich hier befinden kann, $= 10 \pm x$, folglich läßt sich schließen

$$\pm x : \tfrac{1}{27} = 10 \pm x : \tfrac{1}{3},$$

und hieraus findet man $x = \pm\, 1''\tfrac{1}{4}$. Der wahre Wehrt von $\alpha$ kann daher um 1' oder 2' geringer oder größer seyn als $1^\circ.30'$. Auf gleiche Art erkennet man, daß $\beta$ entweder wirklich $= 14^\circ.33'$ oder nur sehr wenig davon unterschieden, und endlich daß $\theta$ noch um 1 Grad ungefehr größer oder kleiner seyn könne als $-\,3^\circ.36'$.

Bey dieser letzten Größe könnte man zwar eine Bestimmung, die noch um einen ganzen Grad oder vielleicht um noch mehr zweifelhaft ist, für ziemlich unrichtig halten. Allein, man bedenke nur, wie schwer es sey, eine größere Richtigkeit darinnen zu erlangen, da der Aequator des Monds mit der Ekliptik einen so sehr spitzigen Winkel macht, der nur anderthalben

Grad hält, und da also die Durchschnitts- oder Aequinoctialpunkten so sehr geschleift werden. Man bedenke ferner, daß gleichwol diese Größe von $\theta$ aus 27 Beobachtungen hergeleitet worden, und unter denselben allen gleichsam das Mittel halte, und daß man also eine Anzahl von mehr als 27 andern Beobachtungen haben müße, um in der Bestimmung von $\theta$ den Fehler wircklich zu entdecken. Man erwäge dieses, sage ich, so wird man erkennen, daß es unnütz und grillenfängerisch wäre, wenn man eine genauere Bestimmung hievon verlangen und mit der hier gefundenen nicht zufrieden seyn wollte.

Ich hoffe ebenfalls, daß man sich mit der Schiefe der Ekliptik im Monde, die wir $1°.30'$ befunden haben, und mit der Breite des Flecken **Manilius** von $14°.33'$. könne begnügen lassen, ob schon darinnen noch ein Fehler von etwan ein paar Minuten möchte enthalten seyn. Ist es doch noch nicht gar lange, daß man diese Neigung der Ekliptik gegen den Aequator unserer Erde, welche sich mit noch leichterer Mühe und unter vortheilhaftern Umständen beobachten läßt, kaum so richtig gehabt hat, als wir sie jetzt an dem Monde wissen. Und wie viele Oerter sind auf dem Erdboden, deren geographische Breite oder Polhöhe noch wirklich um viel mehr als nur um ein paar Minuten zweifelhaft ist, ohngeachtet sie viel kürzer und unmittelbarer können beobachtet werden, als auf dem Monde, der uns wegen seiner großen Entfernung sich selbst, alle seine Theile, seine Zirkel und Grade nur ganz klein und gleichsam nach dem verjüngten Maaßstabe darstellet?

Um aber gleichwol nichts zu unterlassen, was zur mehrern Sicherheit und Gewißheit der gegenwärtigen Sache etwas beytragen kann, und um den Grund von der Theorie der Umwälzung des Monds desto fester zu setzen, so habe ich mich die Mühe nicht verdriessen lassen, aus noch mehr Beobachtungen die Neigung des Aequators gegen die Ekliptik, und die Aequinoctialpunkten des Monds, zu berechnen. Ich habe hierzu die beyden Flecken **Dionysius** und **Censorinus** erwählet, welches zwey sehr helle Punkten auf der westlichen Seite der Mondscheibe sind. Jener zwar, nemlich der **Dionysius**, stehet am innern Rande der großen dunkeln Gegend, die Hevel **Pontus Euxinus**, Riccioli aber **Mare Tranquillitatis** benennt hat. Den **Censorinus** aber kann man auf der andern Seite dieser Gegend an dem Orte finden, welcher sonsten unter dem Namen des spitzigen Vorgebirges oder **Promontorium acutum** bekannt ist. Beyde werden sich durch ihren hellen Glanz leicht erkennen lassen, weil sie nicht nur in dieser Gegend, sondern auch sonst auf der ganzen Mondscheibe an Helle ihres Gleichen wenig haben, ob sie schon dem Ansehen nach nicht viel größer als Punkten erscheinen.

Weil ich die hiehergehörige Rechnungsart bisher verhoffentlich genugsam erkläret habe, und man über dieses viele Dinge, die hier zu gebrauchen sind, als, den Winkel des Parallels mit dem Breitenzirkel, die Länge und Breite des Monds rc. schon oben in dem Verzeichnisse für den Flecken **Manilius** berechnet finden kann: So werde ich keine weitläuftige Anleitung zu geben nöthig haben. Ich will also nur die berechnete Stücke in einer Tafel hersetzen.

Für den Flecken **Dionysius.**

| Mittlere Zeiten der Beobachtung | Abstand vom Mittelpunkt des Monds | Winkel des Fleckens mit dem Stundenzirkel | Winkel des Fleckens mit dem Breitenzirkel | Abstand vom Pole der Ekliptik $h$ | Länge des Fleckens in der Ekliptik | $g - k$ | Ordnung |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ° ′ | ° ′ | ° ′ | ° ′ | z ° ′ | ° ′ | |
| 1748. April 13 | 21.49 | 77.20 | 99.10 | 88.20 | 1.18.56 | 95.28 | I |
| Jun. 5 | 24.43 | 73.24 | 97.53 | 88.48 | 0.27.21 | 87.19 | II |
| 14 | 13.40 | 96.22 | 78.34 | 86.55 | 4.28. 7 | 197.56 | III |
| Jul. 5 | 24.40 | 79.44 | 99.14 | 88.15 | 2. 1.38 | 112.33 | IV |
| 11 | 15. 5 | 96.19 | 80.10 | 86.38 | 4.23.30 | 194.45 | V |
| Nov. 1 | 15.31 | 86.15 | 61.50 | 85.44 | 6. 8.23 | 245.36 | VI |
| 2. | 14.50 | 81.58 | 57.34 | 85.47 | 6.21.32 | 258.48 | VII |
| Dec. 27 | 14. 2 | 74.14 | 50.11 | 85.20 | 6.25.29 | 265.40 | VIII |
| 1749. Apr. 2 | 21.49 | 76.27 | 100.31 | 88.41 | 1. 4.47 | 100. 4 | IX |

Für den **Censorinus**

| Mittlere Zeiten der Beobachtung | Abstand vom Mittelpunkt des Monds | Winkel des Fleckens mit dem Stundenzirkel | Winkel des Fleckens mit dem Breitenzirkel | Abstand vom Pole der Ekliptik $h$ | Länge des Fleckens in der Ekliptik | $g - k$ | Ordnung |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1748. April 13 | 37.46 | 77.30 | 99.20 | 91.22 | 2. 4.36 | 111. 8 | I |
| May 11 | 37.58 | 79.20 | 99. 9 | 90.58 | 2.13.4[illegible] | 121.44 | II |
| Jun. 5 | 40.23 | 74.13 | 98.42 | 91.50 | 1.12.44 | 93. 5 | III |
| 13 | 30.42 | 105.28 | 92.12 | 89.41 | 5. 1. 5 | 200.51 | IV |
| 14 | 29. 6 | 107. 0 | 89.12 | 89.15 | 5.13.49 | 213.38 | V |
| Jul. 5 | 40.20 | 79.12 | 98.42 | 90.55 | 2.17. 5 | 128. 0 | VI |
| 10 | 32.24 | 103.48 | 93.22 | 89.51 | 4.25.10 | 196.22 | VII |
| 11 | 30.17 | 106.23 | 90.14 | 89.23 | 5. 8.54 | 210. 9 | VIII |
| Nov. 1 | 29.21 | 106.43 | 82.18 | 88.52 | 6.23.45 | 260.58 | IX |
| 2 | 28.20 | 105. 8 | 80.44 | 88.57 | 7. 6.[illegible]7 | 274.13 | X |
| Dec. 27 | 26.48 | 102. 2 | 77.59 | 88.31 | 7.10.55 | 281. 6 | XI |
| 1749. Jenn. 28 | 26.45 | 90. 8 | 83.37 | 89.49 | 9.12.34 | 344.27 | XII |

Hieraus habe ich, nach der vorhin bey dem Manilius gebrauchten Methode, folgende Gleichungen zusammen gesetzt:

Aus den Beobachtungen des **Dionysius**

$$\text{I. II. IX)}\quad 3\beta - 4^\circ.11' = +\,2{,}9790\,\alpha + 0{,}2233\,\alpha \sin\theta$$
$$\text{VI. VII. VIII)}\quad 3\beta - 13.\ 9 = -\,2{,}8888\,\alpha + 0{,}5317\,\alpha \sin\theta$$
$$\text{III. IV. V)}\quad 3\beta - 8.\ 12 = +\,0{,}3676\,\alpha + 2{,}2857\,\alpha \sin\theta$$

Die Auflösung dieser Gleichungen gab alsdenn $\alpha = 1^\circ.31'$, $\beta$ oder die Breite des **Dionysius** $= 2^\circ.55'$ nördlich, und endlich $\theta = -\,0^\circ 31'$.

Durch die Beobachtungen des **Censorinus** kommen diese Gleichungen:

$$\text{I. II. III. VI)}\quad 4\beta + 5^\circ.5' = +\,3{,}1698\,\alpha + 1{,}5560\,\alpha \sin\theta$$
$$\text{V. IX. X. XI)}\quad 4\beta - 4.25 = -\,3{,}5201\,\alpha + 0{,}7236\,\alpha \sin\theta$$
$$\text{IV. VII. VIII. XII)}\quad 4\beta - 1.16 = -\,1{,}4031\,\alpha + 1{,}7953\,\alpha \sin\theta$$

und deren Auflösung giebt $\alpha = 1^\circ.18'$, $\beta$ oder die Breite des **Censorinus** $= 0^\circ.3'$ nördlich, und ferner $\theta = +\,17^\circ.30'$.

Man siehet hieraus, daß zwar die Beobachtungen des Flecken **Dionysius** beynahe eben die Größen für $\alpha$ und $\theta$ heraus bringen, die vorhin die Beobachtungen an dem Manilius gegeben haben. Hingegen zeigt sich ein größerer Unterschied bey den Bestimmungen durch den Flecken **Censorinus**; besonders in der Größe von $\theta$, die hier positiv und noch dazu sehr groß herauskommt, da sie doch im vorigen meist kleiner und negativ war. Man darf sich aber dieses nicht befremden lassen. Denn da **Censorinus** etwas weit vom Mittelpunkte des Monds und also an einem Orte stehet, wo die Theile des Monds mehr zusammen gezogen und kleiner erscheinen als am Mittelpunkte: So werden auch daselbst die Fehler der Beobachtungen mehr austragen; und folglich den daraus gemachten Bestimmungen weniger zu trauen seyn. Die Flecken **Manilius** und **Dionysius** stehen näher am Mittelpunkte, und es ist also kein Wunder, daß sie die Größen $\alpha$ und $\theta$ einstimmiger heraus bringen als jener.

Weil demnach die Größe von $\theta$ so sehr verschieden und bald positiv bald negativ heraus kommt: So kann man von der eigentlichen Länge der Aequinoctialpunkten im Monde auch keinen ganz richtigen Schluß machen. Man kann nicht für gewiß sagen, ob dieselbe mit der mittlern Länge der Knoten wirklich übereinkomme, oder ob sie noch um einige Grade davon unterschieden sey. Doch das kann uns in unserer Absicht nichts schaden. Wenn wir auf dem Monde wären, und den Himmel daselbst beobachten müßten; so möchten wir vielleicht einer genauern Kenntniß dieser Equinoctialpunkten bedürftig seyn. Allein, da wir auf der Erde sind, und die Länge dieser Punkten weiter zu keinem Ende gebrauchen, als dadurch die Gestalt des Monds und die Lage seiner Flecken auf eine jede Zeit so zu bestimmen, daß dieselbe mit den Beobachtungen, die wir hier machen können, übereintreffe, oder an statt derselben dienen könne: So dürfen wir uns auch um keine größere Richtigkeit davon bekümmern; wenn wir sie nur so wissen, wie sie die Beobachtungen zu geben vermögen. Sie geben aber, daß diese Länge beynahe, und so genau als mans von ihnen fodern kann, mit der Länge der Knoten übereinkomme. Es wird folglich nichts verschlagen, wenn wir sie einander ganz gleich und also die Größe von $\theta$ für nichts gelten lassen. Richtiger wird man dieses nicht entdecken, als bis man schärfere Beobachtungen an den Mondsflecken wird machen können, als die meinige sind. So lang aber solches nicht geschiehet, so lange wird man auch den angenommenen Satz ohne Beysorge eines Fehlers gebrauchen können.

Von der Schiefe der Ekliptik im Monde, oder von der Größe von $\alpha$, habe ich auch noch ein Wort zu sagen. Weil nemlich die Beobachtungen des Flecken **Censorinus** bey 11. oder 12. Minuten weniger, die am **Dionysius** aber nur etwan 1 oder 2′ mehr gegeben haben, als der **Manilius**: So habe ich nach allen gemachten Ueberlegungen dafür gehalten, daß man, um das Mittel unter allen berechneten Größen von $\alpha$ am besten zutreffen, von der durch den Flecken **Manilius** gefundenen Schiefe der Ekliptik noch 1 Minuten abziehen, und also ihre wahre Größe auf $1^{\circ}.\ 29'$ setzen könne.

Hält man nun diese gefundene Schiefe der Ekliptik im Monde gegen diejenige, welche **Cassini** zu seiner Zeit angegeben hat; so wird sich kein geringer Unterschied zwischen beyden zeigen. Dieser Sternkündiger setzet sie, wie ich schon oben gemeldet habe, auf $2^{\circ}.\ 30'$, und also um einen völligen Grad größer. Hiedurch nun könnte man leicht auf die Gedanken gerathen, als ob diese Schiefe veränderlich wäre, und seit **Cassini** Zeiten, welches etwan 50 oder 60 Jahre beträgt, um einen Grad abgenommen hätte. Allein, man übereile sich hierinnen nicht, sondern trage Gedult, so lange bis ich in dem andern Theile dieser Abhandlung aus einigen Beobachtungen, die um und von selbiger Zeit sind angestellet worden, darthun kann, daß die cassinische Schiefe wirklich um so viel falsch sey. Wir verfolgen inzwischen unsere Untersuchungen weiter.

# Der 14. Abschnitt.

## Bestimmung der Zeit in welcher der Mond sich um um die Axe drehet.

Jetzt ist noch übrig, daß wir auch die Zeit bestimmen, in welcher der Mond die Umwälzung um seine Axe einmal vollendet. Zwar scheinet diese Sache eben keiner weitläuftigen Untersuchung bedürftig zu seyn. Denn man weiß von den ältesten Zeiten her, daß der Mond immer eben diejenige Seite gegen die Erde gekehret hat, die wir noch täglich sehen; und hieraus folget sogleich, daß er seine Umwälzung in eben der Zeit einmal zu Ende bringen müße, in welcher er einmal seine Bahn um die Erde durchlauft; welches denn bekanntermassen in 27 Tagen 7 St. 43′. 5″ geschiehet. Allein, dieses ist für unsere Absicht noch etwas zu allgemein und unbestimmt. Wir müssen uns daher bemühen, die Begriffe hievon deutlicher zu machen, und die Umwälzung mit den Mondsflecken zu verbinden.

Ich nehme zuvörderst an, daß die Bewegung des Monds um seine Axe gleichförmig oder der Zeit proportioniert sey, und glaube so lange Ursache hierzu zu haben, so lange als man das Gegentheil davon nicht darthun kann. Die höchste Gleichförmigkeit, die man an der Umwälzung unserer Erde seit undencklichen Jahren her wahrnimmt, und die durch die ungleiche Bewegung der Erde um die Sonne nicht das mindeste gestöret wird, könnte eine solche gleichförmige Umwälzung auch an dem Monde wenigstens sehr wahrscheinlich machen, wenn man gleich nicht aus den Gründen der Mechanik die wirkliche Wahrheit derselben schon beynahe bewiesen hätte.

Weil nun die Flecken auf der Oberfläche des Monds unter sich unbeweglich und auf derselben gleichsam feste angeheftet sind: So lässet sich die Umwälzung des Monds an der Umwälzung eines Fleckens erkennen, und durch denselben ausforschen. Das ist, wenn man die Zeit weiß, in welcher der Flecken einmal seinen Parallelzirkel um die Mondaxe durchgelaufen hat, so weiß man auch die Zeit, in welcher der Mond selbst seine Umwälzung einmal vollbringet. Diese Zeit wird wegen der gleichförmigen Bewegung jedesmal von einerley Dauer seyn.

Wenn ferner die Axe des Mondaequators auf der Ekliptik senkrecht stünde, und also die Fläche des Aequators selbst mit der Ekliptik zusammen fiele:

fiele: So würde die Länge des Fleckens in der Ekliptik, wie wir sie oben im 11ten Abschnitte gefunden haben, in gleicher Zeit auch gleichen Zuwachs erhalten. Zum Exempel, in eben so viel Zeit, als der Flecken aus dem Mittelpunkte des Monds gesehen von ♈ in ♉ zu laufen scheinet, eben so viel Zeit würde er brauchen, von ♉ in ♊, von ♊ in ♋, u. s. w. zu gehen. Kurz die Bewegung des Fleckens würde in Ansehung der Ekliptik gleichförmig seyn.

Da aber die Mondaxe gegen die Ekliptik nicht völlig senkrecht stehet, sondern, nach der vorhin angestellten Untersuchung, von der senkrechten Lage um 1°. 29′ abweichet: So wird diese Gleichförmigkeit der Bewegung eines Fleckens aufhören. Der Flecken wird in Ansehung seiner Länge in der Ekliptik ungleich fortgehen, ohnerachtet er inzwischen in seinem Parallel sich nach der gleichen Bewegung gerichtet hat; und die Winkel, die der Flecken um den Pol des Aequators beschreibet, werden verschieden seyn von denen, welche er zu gleicher Zeit um den Pol der Ekliptik beschreibet. Es ist uns daran gelegen, den Unterschied zwischen beyden zu bestimmen, und dazu können wir am leichtesten also gelangen:

In unserer vorigen Figur sey für eine gegebene Zeit der Flecken in M, Fig. 27.
und der Ort des aufsteigenden Aequinoctialpunkts in ♈, oder auf dem Monde selbst in N. Man ziehe aus den beyden Polen A und P auf N die großen Zirkel AN, PN, und auf den Flecken M die Bögen AM und PM. Der Winkel an dem Pole der Ekliptik NAM ist so groß als der Unterschied zwischen der Länge des Fleckens und der Länge des Aequinoctialpuncts, und folglich aus der Beobachtung bekannt; er ist eben derjenige, den wir vorhin $= g - k$ gesetzt haben. Ferner ist bekannt die geographische Breite des Fleckens LM oder $\beta$, und daher auch PM oder $90° - \beta$. Und drittens weiß man auch den Abstand des Fleckens vom Pole der Ekliptik AM oder $h$. Weil nun unsere Absicht ist, den Winkel NPM zu finden, den der Flecken mit dem aufsteigenden Aequinoctialpuncten im Pole des Aequators macht: So wollen wir denselben $= p$ setzen. Alsdenn ist in dem Dreyecke AMP der Winkel APM $= 90° + p$, der Winkel PAM $= 90° - g + k$, die Seite AM $= h$ und die Seite PM $= 90° - \beta$; und denn ferner nach den Regeln der Trigonometrie

$$\sin(90° - \beta) : \sin(90° - g + k) = \sin h : \sin(90° + p)$$

$$\text{oder} \quad \cos\beta : \cos(g - k) = \sin h : \cos p,$$

oder auch $\cos p = \dfrac{\sin h \cos(g-k)}{\cos\beta}$. Wodurch denn der Winkel $p$

leicht kann berechnet werden. Es läßt sich aber noch eine bequemere Formel für denselben geben, sonderlich in dem Falle, da die Breite des Fleckens $\beta$ nicht allzunahe bey $90^\circ$, und etwa höchstens 75 ist. Diese Formel zu finden nehmen wir die obige Gleichung (im 13. Abschn.)

$$\beta - (90' - h) = \alpha \sin(g-k) - \alpha \sin\theta \cos(g-k).$$

Weil nun der Wehrt von $\theta$ oder $\sin\theta = 0$ angenommen worden; so verwandelt sie sich hiedurch in diese

$$h = (90^\circ - \beta) + \alpha \sin(g-k)$$ und ferner wegen der geringen Größe von $\alpha$ in folgende

$$\sin h = \cos\beta + \alpha \sin\beta \sin(g-k).$$

Da also $\sin h$ von $\cos\beta$ nur um etwas weniges unterschieden ist; so wird auch $p$ von $g-k$ nicht viel abweichen können. Wir wollen deswegen $p = g - k + \zeta$ setzen, und den kleinen Unterschied $\zeta$ ausforschen. Solchergestalt hat man $\cos p = \cos(g-k) - \zeta \sin(g-k)$, und wenn man diesen Wehrt von $\cos p$, und auch den vorigen von $\sin h$, in die Formel $\cos p = \frac{\sin h \cos(g-k)}{\cos\beta}$ einbringt, wird man nach einer kleinen Reduction erhalten

$$\zeta = -\alpha \operatorname{tag}\beta \cos(g-k)$$

folglich auch

$$p = g - k - \alpha \operatorname{tag}\beta \cos(g-k).$$

Dieser Formel kann man sich also bedienen, so lange $\zeta$ klein bleibet, das ist, so lange als $\alpha \operatorname{tag}\beta$ nicht viel über 5 bis 6 Grade beträgt. Welches, wie gedacht, bey allen Flecken deren Breite nicht über $75^\circ$ ist, ganz wohl angehet. Im Gegentheil aber ist es rathsamer, bey der vorigen zu verbleiben.

Diese letztere Formel will ich durch ein Beyspiel an dem Flecken **Manilius** erläutern. Die Breite desselben ist nach der Bestimmung im vorigen Abschnitte $= 14^\circ.33'$, und J. J. 1748 den 11 April um $11^u.1'$ war der Winkel $g - k = 62^\circ.5'$. Weil nun auch $\alpha$ allezeit $= 1^\circ,29'$ oder $89'$ ist; so hat man

$$l a = 1.94939$$
$$l \tan \beta = 9.41422$$
$$l \cos (g-k) = \underline{9,67042}$$
$$\overline{1.03403}$$
$$\text{folglich } \zeta = -11'$$
$$\text{und } p = 62^\circ.5' - 11 = 61^\circ.54'.$$

Dieß ist die Methode, nach welcher ich den Winkel $p$ für die drey vorhin angezeigten Flecken berechnet habe. Ich habe für gut befunden, ein Verzeichniß davon herzusetzen, damit wir hernach die Folgerungen daraus desto ungehinderter machen können. Hier ist es:

| Mittlere Zeiten | | | Der Winkel NPM oder p für den Flecken | | | Der Bogen NR. Siehe unten den 16. Abschnitt |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | Manilius | Dionysius | Censorin. | |
| Jahr | Mon. | t. st. ' | ° ' | ° ' | ° ' | ° ' |
| 1748. | April | 11. 11. 1 | 61. 54 | | | 52. 20 |
| | | 13. 9. 30 | 87. 10 | 95. 29 | 111. 8 | 78. 7 |
| | May | 11. 10. 56 | 98. 13 | | 121. 44 | 89. 19 |
| | | 16. 16. 11 | 167. 32 | | | 158. 22 |
| | | 17. 15. 56 | 180. 21 | | | 171. 27 |
| | Jun. | 5. 9. 58 | 68. 25 | 86. 42 | 92. 5 | 59. 32 |
| | | 13. 14. 0 | 176. 56 | | 200. 51 | 167. 34 |
| | | 14. 12. 50 | 189. 25 | 198. 0 | 213. 38 | 180. 6 |
| | Jul. | 2. 9. 23 | 65. 18 | | | 56. 24 |
| | | 4. 6. 49 | 90. 19 | | | 81. 29 |
| | | 5. 8. 4 | 104. 25 | 112. 35 | 128. 0 | 95. 21 |
| | | 6. 8. 34 | 117. 34 | | | 108. 51 |
| | | 7. 9. 4 | 131. 14 | | | 122. 22 |
| | | 8. 10. 4 | 145. 11 | | | 136. 9 |
| | | 9. 11. 15 | 159. 12 | | | 150. 1 |
| | | 10. 12. 5 | 172. 54 | | 196. 22 | 163. 43 |
| | | 11. 13. 15 | 186. 31 | 194. 49 | 210. 9 | 177. 35 |
| | | 12. 13. 5 | 200. 0 | | | 190. 44 |
| | | 15. 13. 35 | 239. 4 | | | 230. 41 |
| | Aug. | 3. 7. 5 | 127. 5 | | | 118. 26 |
| | | 14. 11. 34 | 275. 36 | | | 266. 25 |
| | Nov. | 1. 5. 44 | 237. 27 | 245. 38 | 260. 58 | 228. 21 |
| | | 2. 6. 29 | 250. 41 | 258. 49 | 274. 13 | 241. 59 |
| | Dec. | 27. 4. 47 | 257. 43 | 265. 40 | 281. 6 | 248. 37 |
| 1749. | Jan. | 28. 3. 59 | 320. 56 | | 344. 27 | 311. 30 |
| | Horn. | 25. 11. 43 | 335. 30 | | | 326. 16 |
| | Merz | 4. 11. 42 | 68. 2 | | | 58. 52 |
| | April | 2. 11. 53 | = = = = | 100. 5 | | 82. 37 |

Man kann leicht erkennen, daß der Winkel p oder NPM dem Bogen des Aequators NL, der zwischen dem aufsteigenden Aequinoctialpunkten N und dem Mittagszirkel des Fleckens PML liegt, gleich sey. Da nun auch aus dem Verzeichnisse erhellet, daß dieser Bogen zu verschiedenen Zeiten nicht einerley ist: So folget, daß der Mittagszirkel des Fleckens, und also auch die ganze Oberfläche des Monds, in Ansehung des Aequinoctialpunkts N eine Bewegung habe; und daß diese Bewegung von Abend gegen Morgen geschehe, weil der Bogen NL, den wir bisher allezeit von Abend gegen Morgen gezehlet haben, zunimmt. Wenn nun der Punkt N keine Bewegung hätte, sondern immerfort gegen einerley Gegend des Himmels gerichtet bliebe, so wäre es leicht, die Zeit zu bestimmen, in welcher der Flecken, und folglich auch der Mond selbst, einmal um die Axe herum käme. Man dörfte nur in dem Verzeichnisse über den Winkel p oder NL nachsehen, um wie viel Grade dieser Bogen NL täglich zunimmt, und alsdenn nach dieser Verhältniß schließen, wie viel Zeit dazu gehöre, den ganzen Umkreis oder 360° durchzugehen. Weil aber während der Umwälzung des Monds der Aequinoctialpunkt N ebenfalls seine eigene langsame Bewegung und zwar rückwerts von Morgen gegen Abend hat: So wird man auf diese Art nicht die ganze Zeit der Umwälzung erhalten, sondern die gefundene Zeit wird um etwas kleiner seyn, als die wahre. Sie wird nur anzeigen, wie lange der Mond brauchet, alle Grade seines Aequators von einem Aequinoctialpunkte N bis wieder zu demselben durchzulaufen. Inzwischen wird es doch vorträglich seyn, diese Zeit zu erforschen, weil man hernach Mittel und Wege finden kann, durch dieselbe zu der eigentlichen Zeit der ganzen Umwälzung zu gelangen.

Da wir vorhin angenommen haben, die Bewegung der Aequinoctialpunkten und auch die Bewegung des Monds um die Axe selbst sey gleichförmig; so wird dieselbe in der Bewegung des Mittagszirkels eines Fleckens, die er in Ansehung des Punkts N hat, keine Unrichtigkeit verursachen. Das ist, der Punkt L wird sich von dem Punkte N in gleicher Zeit um gleiche Theile entfernen, und die Zeit, in welcher er einmal von N über L, Z, n, z bis wieder N kommt, wird jedesmal gleich groß seyn.

Diese Zeit nun zu erfahren, siehet man erstlich aus dem kurzvorhin beygesetzten Verzeichnisse, daß der Winkel p oder der Bogen NL täglich etwann um 13 Grade zunimmt, und daß also auf 360 Grade ungefähr 27 Tage kommen. Weil uns aber daran gelegen ist, dieses noch schärfer zu wissen; so wollen wir uns der Art bedienen, wodurch die Sternkündiger sonst die Umläufe bey andern Himmelskörper bestimmen. Wir erwählen nemlich aus dem Verzeichnisse zwo Zeiten, die sehr weit voneinander entfernt sind, und in deren Zwischenweite die Zeit der Umwälzung etlichemal enthalten ist, damit vergleichen wir den Unterschied zwischen den Bögen NL, auf folgende Weise:

1748 den 11 Apr. um 11st. 1′ war für den **Manilius** NL = 61°.54′
1749 den 4 Merz um 11.42 = = = = NL = 68. 2.

Der Unterschied dieser beyden Zeiten ist 327 Tage 0st. 41′, der Unterschied der Bögen NL aber ist 6°. 8′. Dieser letztere Unterschied ist aber nicht völlig ganz. Denn weil inzwischen der Flecken etlichmal herum gekommen; so ist dabey der ganze Umkreis oder 360 Grade so oft weggeblieben, als ganze Umläufe in der Zwischenzeit enthalten sind. Wenn man diese Zeit, die 327 Tage austrägt, durch die Zeit eines Umlaufs von ungefehr 27 Tagen dividiert; so findet man, daß in derselben 12 Umläufe enthalten sind, und daß also zu den 6°. 8′ noch 12mal 360° oder 4320° müßen hinzugesetzt werden. Solchergestalt erhält man für den völligen Unterschied der Bögen NL 4326°. 8′, welche der Mittagskreis des Fleckens in Ansehung des Punkts N währender Zeit von 227t. 0st. 41′ durchgegangen hat. Wenn man nun nach dieser Verhältniß schließet

4326°. 8′ geben 227t. 0st. 41′, was geben 260° ?

so kommt für die Zeit, in welcher der Punkt L den ganzen Aequator durchlauft, = = = = = = = = = = 27t. 5st. 7′.

Auf gleiche Art findet man diese Zeit aus den Beobachtungen des **Manilius** 1748 den 13 April und 1749 den 25 Hornung = = 27. 5. 4
aus den Beobachtungen des **Manilius** 1748 den 11 May und 1749 den 28 Jenner = = = = = 27. 5. 1
aus den Beob. 1748 den 16 May und 27 Dec. = = = 27. 5. 7

Weil diese Zeit immer von einerley Dauer seyn solle; so siehet man, daß die kleinen Verschiedenheiten, die sich unter den hierberechneten zeigen, nirgends anders woher als von den Fehlern der Beobachtungen herkommen müssen, als welche für eine Zwischenzeit von etwann einem Jahre selten so genau können gemacht werden, daß man dadurch auf die Zeit der Umwälzung mit einer Gewißheit von einigen Minuten schließen könnte.

Indessen ist dieses genug, zu erkennen, daß diese Zeit, in welcher der Mittagszirkel eines Fleckens den ganzen Mondsaequator durchlauft, mit der Zeit eines sogenannten mittlern Drachenmonats, wo nicht vollkommen, doch so genau übereinstimme, daß der Unterschied erst in vielen Jahren merklich seyn könne. Es beträgt aber dieser Monat, wie aus der Theorie des Mondlaufs bekannt ist, eine Zeit von 27ᵗ. 5ˢᵗ. 5′ 36″, und hält also sehr nahe das Mittel unter den vorhin berechneten Zeiten des Umlaufs eines Mittagzirkels. Ob nun wohl dieser Umlauf mit dem Drachenmonat in keiner Verbindung stehet, und man noch zur Zeit keinen Grund aus den Gesetzen der Bewegung anzeigen kann, warum diese beyden Zeiten einander gleich seyn sollen: So werden wir doch durch die Erfahrung selbst gleichsam genöthiget, dieses zuzugeben. Man wird sich inzwischen nicht über die Zusammenstimmung dieser beyden voneinander ganz nicht abhängenden Zeiten verwundern, wenn ich werde gezeigt haben, daß dieselbe eine nothwendige Folge von der Umwälzung des Monds um seine Axe sey, davon man aus andern Umständen schon weiß, daß sie in eben der Zeit geschehe, in welcher der Mond einmal ganz um die Erde herum gehet.

Wir haben also gefunden daß der Mond in Ansehung seiner Aequinoctialpunkten innerhalb 27ᵗ. 5ˢᵗ. 5′. 36″ herumkomme. Woraus denn klar ist, daß er in eben dieser Zeit auch seine völlige Umwälzung einmal vollbringen würde, wenn nur die Aequinoctialpunkten immer gegen einerley Gegend des Himmels gerichtet wären. Da aber diese in der Ekliptik täglich um 3′. 10″. 38‴ und also in 27ᵗ. 5ˢᵗ. 5′. 36″ um 1. 26′. 28″ rückwerts und der Umwälzung entgegen gehen: So hat der Mond sich in dieser Zeit eigentlich nur durch 360° — 1. 26′. 28″, das ist, durch 258°. 33′. 32″ herum gewälzet. Er würde demnach in Ansehung der Ekliptik erst in 27ᵗ. 7ˢᵗ. 43′. 5″ seine Umwälzung vollenden. Das ist, wenn der Aequator gegen die Ekliptik nicht geneigt wäre; so würde ein Flecken, der in diesem Aequator stünde, alle 27ᵗ 7ˢᵗ. 43′. 5″, aus dem Mittelpunkte des Monds gesehen, in dem ersten Grade des Widders oder in 0 ♈ erscheinen. Diese Zeit kommt mit der Zeit eines sogenannten periodischen Monats, in welcher der Mond um die Erde nach seiner mittlern Bewegung einmal durch die Ekliptik herum kommt, völlig überein, und diese Uebereinstimmung ist die Ursache, warum wir auf der Erde die andere Seite der Oberfläche des Monds niemals zu Gesichte bekommen. Gleichwie man im Gegentheil aus dieser Erscheinung die Gleichheit beyder Zeiten schon längst geschlossen hat.

Da der erste Punkt des Widders niemals gegen einerley Gegend des Himmels gerichtet bleibet, sondern jährlich um 50″ von Morgen gegen Abend und demnach der Bewegung des Monds um die Axe entgegen rücket: So ist auch die kurz vorhin bestimmte Zeit von 27ᵗ. 7ˢᵗ. 43′. 5″ noch nicht der völligen Zeit gleich, in welcher der Mond sich in Ansehung eines unbeweglichen Punkts des Himmels ganz herum drehet, und sie wird noch um etwas weniges zu kurz seyn. Nach angestellter Rechnung wird sich zeigen, daß die wahre Zeit, in welcher sich der Mond einmal völlig herumwälzet, beynahe um $6''.49'''$ größer sey als die Zeit eines periodischen Monats, oder als diejenige, in welcher der Mond sich um die Axe in Ansehung der Ekliptik herum drehet. Wenn demnach der periodische Monat $27^t.7^{st}.43'.5''.0'''$ hält, so würde die wahre Umwälzungszeit des Monds $27^t.7^{st}.43'.11''.49'''$ betragen.

Auf gleiche Art läßt sich auch die Zeit eines natürlichen mittlern Tags, das ist, die Zeit in welcher sich der Mond in Ansehung der Sonne einmal herum drehet, bestimmen. Welche Zeit so groß wird befunden werden als ein mittlerer synodischer Monat, nemlich $29^t.12^{st}.44'.3''.10''$.

Solchergestalt ist nun alles, was zu der Theorie der Umwälzung des Monds gehöret, so genau als möglich entdeckt worden, und alles was noch davon zu wissen nöthig seyn möchte, ist noch dieses, daß ich diese Theorie mit der Theorie der Umwälzung der Erde vergleiche, damit man einen desto deutlichern Begriff davon bekomme: Es wird solches am leichtesten durch folgende Tafel geschehen können:

## Vergleichung der Stücke die zur Theorie der Umwälzung des Monds und der Erde gehören.

| | Am Monde | An der Erde |
|---|---|---|
| Neigung des Aequators gegen die Ekliptik = = | $1^{\circ}.\ 29'.\ 0''$ | $23^{\circ}.\ 28'.\ 30''$ |
| Fortrückung der Aequinoctialpunkten von 0♈ an gerechnet, in 365 Tagen = | $19^{\circ}.\ 19'.\ 43''$ | $0^{\circ}\ 0'\ 0''$ |
| Fortrückung der Aequinoctialpunkten in Ansehung der Fixsterne in 365 Tagen. | $19^{\circ}.\ 20'.\ 33''$ | $0^{\circ}.\ 0'.\ 50''$ |
| Länge des aufsteigenden Aequinoctialpunkts von 0♈ im Anfange des Jahrs 1748, oder vielmehr 1747 den 31 Dec. zu Mittage unter dem Mittagskreise von Paris = | $10^{s}.18^{\circ}.56'.26''$ | $0^{s}.\ 0^{\circ}.\ 0'.\ 0''$ |
| Umwälzungszeit in Ansehung der Aequinoctialpunkten, oder ein aequatorischer Tag = = = = = | $27^{t}.\ 5^{st}.\ 5'.\ 36''.\ 0'''$ | $23^{st}.\ 56'.4''.5'''.25''''$ |
| Umwälzungszeit in Ansehung des 0♈, oder ein Tag der ersten Bewegung = = | $27^{t}.7^{st}.\ 43'.5''.\ 0'''$ | $23^{st}.\ 56'.4''.5'''.25''''$ |
| Umwälzungszeit in Ansehung der Fixsterne, oder ein Sternentag = = = | $27^{t}.\ 7^{st}.\ 43'.\ 11''.\ 49'''$ | $23^{st}.56'.4''.25'''.26''''$ |
| Umwälzungszeit in Ansehung der Sonne, oder der mittlere Sonnentag = = | $29^{t}.\ 12^{st}.\ 44'.3''.10'''$ | $24^{st}.\ 0'.0''.\ 0'''.0''''$ |

# Der 15. Abschnitt.

## Von dem Nutzen der gegenwärtigen Untersuchungen zur Erforschung der Naturgesetze.

Nachdem nun die Theorie der Umwälzung des Monds um seine Axe fest gesetzt worden, so muß ich auch zeigen, wie man sich dieselbe zu Nutzen machen könne. Ich habe im Anfange dieser Abhandlung gesagt, daß solche unter andern vielleicht auch zu genauerer Kenntniß der allgemeinen Schwere und der Bewegungsgesetze etwas beytragen könne. Es wird also hier der Ort seyn, anzudeuten, auf was für Art und Weise dasselbe ungefehr möglich sey.

Alle Entdeckungen und Untersuchungen, die man bisher über die Gesetze, nach welchen sich die Weltkörper in ihrem Laufe richten, gemacht hat, erstrecken sich eigentlich nur auf die Bewegung in ihren Bahnen. Seitdem nemlich der große **Newton** die Schwere, die wir an den Körpern auf unserer Erde wahrnehmen, genauer untersucht und gefunden hat, daß solche nicht nur diesen kleinen Körpern allein, sondern auch allen großen Himmelskörpern zukomme: So weiß man nunmehr die Ursache zu geben, warum sich die Planeten in elliptischen Bahnen um die Sonne bewegen, und warum sie eben der Regel folgen, welche zuvor schon **Kepler** aus der Erfahrung entdeckt hatte. Der Lauf der Cometen, der vorhin keinen Gesetzen unterwürfig schien, läßt sich nunmehr durch diese Entdeckungen des Newtons bald eben so genau bestimmen und wahrnehmen, als der Lauf der Planeten. Selbst die vielen Ungleichheiten in der Bewegung des Monds um die Erde scheinen nichts anders als nothwendige Folgen derselben zu seyn.

So weit man es aber auf dieser Seite, was die Bewegung der Himmelskörper in ihren Bahnen betrifft, bisher getrieben hat, so wenig hingegen hat man weder durch diese noch durch eine andere Theorie der Schwere von den Umwälzungen der Körper um ihre Axen etwas zulängliches ausfinden können. Alles was man hievon aus den Gründen der Mechanik weiß, und woran man sich bisher hat begnügen lassen, ist dieses, daß der Körper, der einmal eine solche Umwälzung durch einen Stoß oder andern Zufall bekommen hat, dieselbe unaufhörlich und gleichförmig fortsetzen müsse, wenn er nicht durch eine andere äußerliche Kraft darinnen gestöret wird. Diese Zufälle können aber so vielerley und mit so unterschiedlichen Umständen verknüpft seyn, daß es unmöglich scheinet den wirklichen davon zu bestimmen, oder einiges Verhältniß unter den Geschwindigkeiten der Umwälzungen und die Neigung der Axen bey verschiedenen Körpern ausfindig zu machen. Man kann noch weniger sagen, daß die Umwälzung von der Bewegung in der Bahn abhänge, oder mit derselben nur auf die geringste Art verbunden sey. Der Körper kann sich mit einer gewissen Geschwindigkeit um die Axe drehen, und er mag inzwischen an einem Orte verbleiben, oder sich nach einer jeden beliebigen Richtung fortbewegen; so wird dadurch seine Umwälzung nicht das mindeste gestöret werden. Denn es ist gewiß, daß die Kraft oder der Stoß, wodurch er in einer Bahn fortzugehen gezwungen wird, ganz von anderer Art und Richtung ist, als diejenige, von welcher er seine Umwälzung erhält.

Man hat seither geglaubt, die Bestätigung dieser Säze auch in der Erfahrung selbst zu finden, und so lange man auf die Hauptplaneten allein Acht gegeben hat, hat es auch wirklich eingetroffen. Man weiß, daß Jupiter in 10 Stunden, Mars in $24^{st.}40'$; die Erde in $23^{st.}56'$; und Venus in 24 Tagen, nach andern aber ungefehr in 23 oder 24 Stunden ihre Umwälzung einmal vollbringen. Hält man nun die Zeit ihrer Umläufe um die Sonne dagegen, als welche beym Jupiter ungefehr 12 Jahre, beym Mars 2, bey der Erde 1, und bey der Venus $\frac{2}{3}$ Jahre ist: So siehet man allerdings nicht die geringste Verhältniß oder Uebereinstimmung darzwischen. Und das ist ein genugsame Bekräftigung, daß die gewisseste Regel, wornach sich die Umwälzungen der Planeten richten, eigentlich keine Regel sey.

Der Mond ganz alleine scheinet hier eine Ausnahme zu machen. Eine Ausnahme, die um so viel mehr Aufmerkens verdienet, je weniger man sonst gewohnt ist, an den allgemeinen Gesetzen der Natur dergleichen wahrzunehmen. Wenn es richtig ist, daß die Umwälzung einen andern ursprünglichen Trieb hat, als der Umlauf, oder von einer andern Kraft herkommt; und wenn es wahrscheinlich ist, daß unter einer unendlichen Anzahl möglicher Zufälle, nur überaus selten zwey ähnliche zugleich zur Wirklichkeit gelangen können, wie denn beydes kaum kann geläugnet werden: So ist es in der That wundernswürdig, daß sich die Vereinigung zweyer höchstähnlichen Zufälle in dem Monde antreffen läßt. Ich will sagen, daß die Zeit seiner Umwälzung um die Axe mit der Zeit seines Umlaufs in seiner Bahn völlig übereinstimmet. Ja diese Uebereinstimmung erstreckt sich nicht allein auf die Zeit der Umwälzung; sondern auch die Aequinoctialpunkten sind mit den Knoten der Bahn um die Erde aller Erfahrung nach, unzertrennlich, sowohl in der Lage als in der Bewegung, verbunden. Dinge die abermals von verschiedenen Ursachen abhängen. Kurz, die Uebereinstimmung ist so groß, daß man Recht hat, zu zweifeln, ob eine wirkliche Zufälligkeit dabey statt habe.

Es mag nun aber die Umwälzungszeit des Monds der Zeit seines Umlaufs nur bloß zufälliger Weise gleich geworden seyn, oder von dieser wirklich abhängen, so wird die Kenntniß der allgemeinen Gesetze der Bewegung dadurch nichts verlieren, sondern gewissermassen noch eine Erweiterung zu gewarten haben. Denn gesetzt, daß das erstere wahr wäre, wenn nemlich bey dem Monde die Umwälzung mit dem Umlaufe in Verbindung stünde: So würde man einen Fall haben, der in dem ganzen bekannten Weltgebäude seines gleichen nicht hat, oder wenigstens nicht zu haben scheinet. Derjenige, der also die natürliche Ursache dieser Verbindung zu zeigen das Glücke oder die Geschicklichkeit hätte, dem würde man die Ehre eine neue und wichtige Entdeckung gemacht zu haben, nicht absprechen können. Vielleicht könnte man alsdenn auch Hoffnung haben, von den Umwälzungen der übrigen Himmelskörper einen Grund zu finden. Vielleicht würde man eben dadurch in dem mit so vielen Ungleichheiten verwirrten Laufe des Monds einiges Licht zu gewarten haben; als wobey es allem Ansehen nach, nicht so wohl an Hülfsmitteln zur Rechnung, als an einer Verbesserung der newtonischen Theorie selbst fehlet. Und wenn auch alles dieses nicht wäre; so weiß man doch überhaupt, wie fruchtbar die Entdeckungen an der Natur zu seyn pflegen, wenn sie nur einmal gemacht sind.

Man darf die Auflösung dieser Frage von mir hier nicht erwarten. Ich gestehe, daß ich meine Kräften hierzu nicht hinreichend befunden habe. Und alles was ich dabey thun kann, ist nur dieses, daß ich diejenigen, deren Einsicht in die Gesetze der Bewegung und in die höhere Geometrie sich weiter erstrecket, bitte, die Untersuchung dieser Sache auf sich zu nehmen, wenn sie ihnen ihrer Mühe würdig scheinet: Sie sollen nemlich ausforschen, ob die Gleichheit in den Zeiten der Umwälzung und des Umlaufs von dem Monde eine mechanische Ursache habe? und, wenn die Frage mit Ja zu beantworten ist, was dieses für eine Ursache sey? und warum die Aequinoctialpunkten mit den Knoten der Mondsbahn einerley Länge in der Ekliptik und einerley Bewegung haben? Ich zweifle nicht, das Vergnügen diese Aufgaben aufgelöset zu haben, werde ihnen ihre Mühe, wo nicht ersetzen, doch wenigstens verursachen, daß sie solche nicht bereuen.

Ich sehe also nicht, warum ich mich bey dieser Sache noch länger aufhalten sollte. Inzwischen darf man aber auch nicht denken, daß dieß der Nutzen aller sey, den man von der bisher abgehandelten und festgesetzten Theorie der Umwälzung des Monds zu hoffen haben kann. Es ist auch meine Absicht niemals gewesen, nur um dieses Nutzens willen allein diese Theorie aus der Erfahrung in einen richtigern Stand zu setzen, als er bisher gewesen war. Die Verbesserung der Mondsbeschreibung und eine genaue Zeichnung der Flecken des Monds, die ich verfertigen wollte, trieben mich stärker dazu an. Ich werde mich daher auf diese Seite wenden, und nun weisen, welchergestalt die Theorie der Umwälzung des Monds zu diesem Vorsatze zu gebrauchen sey.

# Der 16. Abschnitt.

## Bestimmung der geographischen Länge und Breite der Mondsflecken.

Die beste Art, den Stand der Flecken auf der Oberfläche des Monds anzudeuten, ist unstreitig diejenige, die man in der Erdbeschreibung bey den Oertern auf der Erdkugel angenommen hat, da man nemlich die Lage derselben durch die sogenannte geographische Länge und Breite bestimmet. Man hat zwar diese Art bisher an dem Monde noch niemals versuchet, ich glaube aber, daß es eben daher gekommen sey, daß man auch bisher noch keine richtige Mondsbeschreibung hat können zu Gesichte bekommen. Wenn aber die Lage der Mondsflecken solchermassen durch die Länge und Breite einmal ausgefunden worden: So wird man so gar die Zeichnung derselben bey vielen Gelegenheiten völlig entbehren können; wie die Folge lehren wird.

Ich habe schon zu Anfange des 13ten Abschnitts gemeldet, was die geographische Breite eines Fleckens sey. Sollte jemand das Beywort geographisch, da ich es bey dem Monde gebrauche, nicht verdauen können, der mag dafür selenographische oder noch eigentlicher aequatorische Breite und Länge annehmen. Mir wird es gleich gelten, wenn man nur einerley Sachen darunter verstehet; was mich aber besonders betrifft, werde ich mir kein Gewissen machen, bey der erstern Benennung zu verbleiben, ja, wo ich keine Zweydeutigkeit zu besorgen habe, will ich nur schlechthin Länge und Breite sagen.

Man findet also, wie gedacht, die Erklärung der geographischen Breite im 13ten Abschnitte; und wer sich die Mühe nehmen mag eben daselbst weiter nachzusuchen, der wird auch bald finden, daß die Formel $\beta - (90 - h) = \alpha \sin(g-k) - \alpha \sin \delta \cos(g-k)$ zur Erfindung dieser Breite geschickt sey. Weil wir nemlich ausgemacht haben, daß $\delta$ ganz wohl für nichts zu halten sey; so wird man an statt derselben die folgende nehmen können

$$\beta = 90^\circ - h + \alpha \sin(g-k) .$$

In dieser Formel ist nun nach obiger Benennung $h$ der Abstand eines Fleckens vom Nordpole der Ekliptik, $g$ aber der Ort desselben in der Ekliptik, welche beyde nach dem 11ten Abschnitte zu berechnen sind; $\alpha$ ist ferner die Schiefe der Ekliptik gegen den Aequator, und allezeit $1^\circ.29'$; und endlich bedeutet $k$ den Ort des aufsteigenden Aequinoctialpunkts, der mit dem mittlern Orte des aufsteigenden Knotens der Mondsbahn einerley ist, und folglich für jede Zeit aus den astronomischen Tafeln kann gefunden werden. Wenn man demnach durch Hülfe der Sinustafeln die Größe von $\alpha \sin(g-k)$ oder $89' \sin(g-k)$ berechnet, welches mit leichter Mühe geschehen kann, und man addiert sie zu $90^\circ - h$, wenn $g-k$ unter 190 Graden, oder subtrahiert sie davon, wenn $g-k$ drüber ist: So wird die Breite des Fleckens oder $\beta$ herauskommen. Wer es nicht vorher schon weiß, der kann noch merken, daß diese Breite $\beta$ nördlich sey, wenn sich $90 - h + \alpha \sin(g-k)$ positiv zeiget, im Gegentheil aber südlich.

Zum Exempel J. J. 1749 den 4 Merz war für den Flecken **Manilius** nach dem 11ten Abschnitte

| | | |
|---|---|---|
| | $h =$ | $76^\circ.53'$ |
| | $g =$ | $0^s.\ 4.\ 26$ |
| folglich | $90^\circ - h = +$ | 13. 17 |
| und weil der Ort des aufsteigenden Knotens oder Aequinoctialpunkts damals gewesen | $=$ | 9. 26. 15 |
| so ist $g-k$ | $=$ | 2. 8. 11 |
| | oder $=$ | 68. 11, |

daher ferner

$$l\,89' = 1.94939$$
$$+\,l \sin 68^\circ.\,11' = \underline{9.96772}$$
$$\underline{1.91711}$$

folglich $\alpha \sin(g-k) = +\,83' = +\,1^\circ.23'$.
Weil nun $90 - h = +\ 13.\ 7$;
so ist die Breite des Manilius $= +\ 14.30$ nördlich.'

Damit man dieses noch leichter verrichten könne, so habe ich den Wehrt von $\alpha \sin(g-k)$ für alle Grade von $g-k$ zum Voraus berechnet, und in folgende Tafel gebracht.

**Tafel für die Größe von $\alpha \sin(g-k)$ für alle Grade des Winkels $g-k$**

| Zeichen | 0 + | 1 + | 2 + | Zeichen |
|---|---|---|---|---|
| Zeichen | 6 − | 7 − | 8 − | Zeichen |
| ° | ° ′ | ° ′ | ° ′ | ° |
| 0 | 0. 0 | 0. 45 | 1. 17 | 30 |
| 1 | 0. 2 | 0. 46 | 1. 18 | 29 |
| 2 | 0. 3 | 0. 47 | 1. 19 | 28 |
| 3 | 0. 5 | 0. 49 | 1. 20 | 27 |
| 4 | 0. 6 | 0. 50 | 1. 20 | 26 |
| 5 | 0. 8 | 0. 51 | 1. 21 | 25 |
| 6 | 0. 9 | 0. 52 | 1. 22 | 24 |
| 7 | 0. 11 | 0. 53 | 1. 22 | 23 |
| 8 | 0. 12 | 0. 55 | 1. 23 | 22 |
| 9 | 0. 14 | 0. 56 | 1. 23 | 21 |
| 10 | 0. 15 | 0. 57 | 1. 24 | 20 |
| 11 | 0. 17 | 0. 58 | 1. 24 | 19 |
| 12 | 0. 18 | 0. 59 | 1. 25 | 18 |
| 13 | 0. 20 | 1. 1 | 1. 25 | 17 |
| 14 | 0. 21 | 1. 2 | 1. 26 | 16 |
| 15 | 0. 23 | 1. 3 | 1. 26 | 15 |
| 16 | 0. 24 | 1. 4 | 1. 26 | 14 |
| 17 | 0. 26 | 1. 5 | 1. 27 | 13 |
| 18 | 0. 27 | 1. 6 | 1. 27 | 12 |
| 19 | 0. 29 | 1. 7 | 1. 27 | 11 |
| 20 | 0. 30 | 1. 8 | 1. 28 | 10 |
| 21 | 0. 32 | 1. 9 | 1. 28 | 9 |
| 22 | 0. 33 | 1. 10 | 1. 28 | 8 |
| 23 | 0. 35 | 1. 11 | 1. 28 | 7 |
| 24 | 0. 36 | 1. 12 | 1. 29 | 6 |
| 25 | 0. 38 | 1. 13 | 1. 29 | 5 |
| 26 | 0. 39 | 1. 14 | 1. 29 | 4 |
| 27 | 0. 40 | 1. 15 | 1. 29 | 3 |
| 28 | 0. 42 | 1. 16 | 1. 29 | 2 |
| 29 | 0. 43 | 1. 17 | 1. 29 | 1 |
| 30 | 0. 45 | 1. 17 | 1. 29 | 0 |
| Zeichen | − 11 | − 10 | − 9 | Zeichen |
| Zeichen | + 5 | + 4 | + 3 | Zeichen |

Man wird den Gebrauch dieser Tafel aus dem vorigen schon genugsam verstehen können. Ich habe zum Ueberfluß die Zeichen + und — hingesetzt, damit man zugleich ohne alle Mühe sehen möge, ob die Größe $a \sin (g - k)$ zu dem Complement von $b$ müße addiert oder davon subtrahiert werden.

Mit der geographischen Länge eines Fleckens wird man eben so leicht zurechte kommen können. Nur wird eine weitläuftigere Vorbereitung und deutlichere Erklärung derselben nöthig seyn. Denn da dieselbe einen ersten Mittagskreis voraussetzet, von welchem man anfangen könne, sie zu zehlen: So müßen wir zu erst einen dergleichen fest setzen.

Bey der Erde ist der erste Mittagszirkel etwas willkührliches. Weil ihr nemlich die Natur selbst keinen gegeben hat; so ist es den Erdbeschreibern frey gestanden, einen nach Belieben zu erwählen, und man weiß, daß ihn die meisten derselben durch einige Inseln des atlantischen Meers ziehen. Man könnte daher denken, es würde eben dieses auch bey dem Monde angehen, wenn man einen gewissen Flecken wählte, und den ersten Mittagszirkel aus den Polen des Aequators durch denselben gehen ließe. Allein, wir wollen doch zuvor sehen, ob nicht einer zu finden seyn möchte, den die Natur selbst vor andern bezeichnet und zu einer solchen Verrichtung besonders geschickt gemacht hätte. Auf dem Monde selbst dürfen wir denselben nicht suchen, weil unter allen Mittagszirkeln daselbst eigentlich keiner etwas vor dem andero zum voraus hat. Wir müßen daher ein Merkmal außerhalb demselben auskundschaften, mit welchem der erste Mittagskreis auf dem Monde könne verbunden werden.

Es ist bekannt, daß die Mittagskreise überhaupt in Ansehung der Oberfläche des Monds unbewegliche Zirkel sind, und also mit dem Monde selbst sich herum drehen. Diese Eigenschaft muß nun nothwendig auch der erste Mittagszirkel haben: Er muß sich nemlich zugleich samt der ganzen Oberfläche des Monds in einer Zeit von 27 Tagen 5 Stund 43'. 12" durch alle Gegenden des Himmels gleichförmig umwälzen, oder der Punkt, worinnen er den Aequator durchschneidet, müßte in der Fläche des Aequators in gedachter Zeit den ganzen Umkreis des Himmels gleichförmig durchzuwandern scheinen, wenn man ihn aus dem Mittelpunkte des Monds betrachtete. Es hätte demnach mit dem ersten Mittagskreise seine Richtigkeit, wenn man nur einen solchen Punkt finden könnte, der außerhalb dem Monde um denselben in eben dieser Zeit von 27 Tagen herumliefe, und davon man wüßte, nach welcher Gegend des Himmels er sich einmal in einem gegebenen Zeitpunkte gerichtet hätte. Denn da könnte man auf eine jede andere Zeit seine Richtung bestimmen, weil seine Geschwindigkeit bekannt ist, und folglich finden, wie weit ein Flecken von demselben entfernt stehe, das ist, wie groß seine Länge sey.

Wir dürfen uns in Gedanken nur ein wenig umsehen, so werden wir gleich einen solchen Punkt entdecken, der die gemeldten Eigenschaften, wo nicht völlig, doch beynahe hat. Ich meyne die Erde, davon bekannt ist, daß sie den Mondsbürgern in eben der Zeit einmal um dem Himmel herum zu laufen scheinet, in welcher der Mond selbst sich umwälzet. Es ist zwar wahr, daß die Bewegung der Erde, aus dem Monde gesehen, ungleich ist, und daher für unseren Punkt nicht völlig tauget. Allein sie selbst soll es auch nicht seyn. Die Sternkündiger haben einen andern Punkt erdichtet, der mit der Erde verbunden ist, und wornach sie die Ungleichheiten der Bewegung des Monds um die Erde, oder welches eben dahinauslauft, der Erde um den Mond, abmessen. Sie geben diesem Punkte eine mittlere, das ist, eine gleiche Bewegung, und durch Hülfe berechneter Tafeln können sie auf eine jede Zeit ausrechnen, nach welcher Gegend des Himmels oder gegen welchen Grad der Ekliptik diese erdichtete Erde aus dem Monde gerichtet sey. Der Bogen, welcher den Ort dieses Punkts andeutet, wird zwar eigentlich von o♈ an gezehlet; da wir hingegen einen Punkt nöthig haben, der immerzu in dem Aequator des Monds bleibt. Inzwischen kann dieses nichts schaden. Denn wir haben eben so viel Recht, die erdichtete mittlere Erde in dem Mondsaequator laufen zu lassen, als jene haben, den Punkt, der die mittlere Bewegung des Monds auf der Erde, oder der Erde aus dem Monde gesehen, andeutet, in die Ekliptik oder in die Mondsbahn zu setzen. Die Art, wie hierdurch der erste Mittagszirkel anzudeuten ist, und die uns die bequemste ist, will ich jetzt zeigen.

Aus den Tafeln über den Mondslauf kann man auf eine jede gegebene Zeit die mittlere Länge des Monds, und folglich auch die mittlere Länge der Erde aus dem Monde gesehen, berechnen, weil diese letztere von jener allezeit um 180 Grade oder 6 Zeichen unterschieden ist. Man kann ferner aus ebendenselben Tafeln, wie vorhin gedacht worden, die Länge des aufsteigenden Aequinoctialpunkts finden. Ziehet man nun diese von der mittlern Länge der Erde ab, so bleibet der Bogen übrig, um welchen die mittlere Erde von dem aufsteigenden Aequinoctialpunkten von Abend gegen Morgen entfernet ist.

Da nun die Bewegung dieser erdichteten mittlern Erde der Bewegung der Mondsflecken in allen Stücken gleich ist, und folglich diese Erde von den Aequinoctialpunkten des Monds sich eben so geschwinde entfernet, als ein Flecken in dem Aequator des Monds: So folget, daß, wenn man die Entfernung dieser Erde von dem Aequinoctialpunkten in dem Aequator des Monds von Abend gegen Morgen zehlet, der Punkt R, wo der Entfernungsbogen NR sich endiget, auf der Oberfläche des Monds in Ansehung der Flecken unbeweglich sey. Ziehet man demnach aus den Polen P, p, durch diesen Punkt R einen Zirkel PRp; so wird solches derjenige seyn, der die Stelle des ersten Mittagskreises auf beständig vertretten kann. Fig. 28.

Es ist nicht schwer zu erkennen, daß der Punkt R, wenn man ihn auf der Erde sehen könnte, niemals gar weit von dem scheinbaren Mittelpunkte des Monds erscheinen würde. Denn vermöge der angenommenen Eigenschaft dieses Punkts würde er wirklich allezeit unbeweglich darinnen bleiben, wenn erstlich die Fläche der Bahn, worinn sich der Mond um die Erde beweget, oder worinn sich die Erde, aus dem Monde gesehen, zu bewegen scheinet, mit dem Aequator des Monds parallel; und wenn hernach der scheinbare Lauf der Erde um den Mond ganz gleichförmig wäre. Nun ist aber nicht allein die Neigung der Mondsbahn gegen seinen Aequator nicht groß, und etwann höchstens 6°.50′, sondern auch die Ungleichheit der Bewegung im dem Mondslaufe oder die Abweichungen von dem mittlern Orte selten über 8 Grade. Folglich wird auch der Punkt R von dem scheinbaren Mittelpunkte nach der Richtung des Aequators niemals mehr als 8 ; nach der darauf perpendikularen Richtung aber niemals mehr als etwann 7 Grade abzustehen scheinen. Ich habe dieses deswegen anzeigen wollen, damit man sich unsern ersten Mittagszirkel auf der Mondscheibe ungefehr einbilden könne. Denn weil der Punkt R schier mitten darinnen zu stehen kommt; so wird der erste Meridian PRp die sichtbare Halbkugel des Monds allezeit beynahe, und zwar ungefehr von Mitternacht gegen Mittage in zwey gleiche Theile schneiden, und also die östlichen Flecken von den westlichen unterscheiden.

Nach diesen Gegenden werde ich auch die geographische Länge der Mondsflecken benennen. Ein Flecken nemlich, der in Ansehung dieses ersten Mittagskreises auf der Erde gegen Abend zu stehen scheinet, von dem werde ich sagen, daß seine Länge westlich sey. Erscheinet er uns hingegen auf der Seite gegen Morgen ; so wird sie den Beynamen östlich bekommen. Ich habe hier geglaubt Ursache zu haben, von der gemeinen Gewohnheit abzugehen, da man nemlich bey den Oertern unserer Erdkugel die geographische Länge nicht nach den Gegenden des Himmels zu benennen, sondern sie durch den ganzen Zirkel durch, von dem ersten Mittagskreise allezeit gegen Morgen, an einem fortzuzehlen pfleget. Denn dieses ist etwas willkührliches, und man darf Hoffnung haben, durch die erstere Art die Mondsflecken deutlicher unterscheiden zu können.

Diese Länge eines Fleckens nun zu bestimmen, kann man also verfahren: Man berechne auf die gegebene Zeit erstlich aus den Tafeln über den Mondslauf die mittlere Länge des Monds und des aufsteigenden Knotens, addiere zu der erstern 6 Zeichen, um den mittlern Ort der Erde aus dem Monde gesehen zu erhalten, und von der Summe ziehe man den Ort des ♈, der zugleich der Ort des aufsteigenden Aequinoctialpunkts ist, ab. Oder kürzer, man berechne das sogenannte mittlere Argument der Breite, Fig. 29. und vermehre oder vermindere es um 6 Zeichen: So weiß man den Bogen NR, um welchen der erste Meridian oder der Punkt R von dem Aequinoctialpunkten gegen Morgen absteher. Hernach suche man nach der Anweisung des 14ten Abschnitts den Winkel NPM, den der Flecken mit dem Aequinoctialpunkten im Pole macht, welchem folglich der Bogen des Aequators NB gleich ist. Ziehet man sodenn von demselben den Bogen NR ab, so wird der Rest RB anzeigen, wie weit der Mittagskreis des Fleckens PMB von dem ersten Mittagskreise PR in Ansehung des Mittelpunkts des Monds gegen Morgen, oder, wenn wir den Mond aus der Erde betrachten, gegen Abend entfernet sey, folglich wird man die westliche Länge des Fleckens erhalten. Käme dieselbe größer als 180° heraus; so muß man sie von 360° abziehen: Alsdenn zeiget der Rest an, wie groß die Länge des Fleckens östlich sey.

Meine bisher gewöhnliche Lehrart erfodert, daß ich auch hievon ein Beyspiel gebe. J. J. 1749 den 4 Merz um 11$^{u}$. 42′ zu Nürnberg war aus den astronomischen Tafeln des Hn. **Eulers**

| | |
|---|---|
| die mittlere Länge des Monds . . . | = 5$^{s}$. 25°. 7′ |
| der Ort des aufsteigenden Knotens . . | = 9. 26. 15. |
| Daher das Argument der Breite . . | = 7. 28. 52 |
| Und der Abstand des ersten Mittagskreises vom Aequinoctialpunkte, oder der Bogen NR, = 1. 28. 52 . . . . . | = 58°. 52′. |

| | | |
|---|---|---|
| Nach dem 14ten Abschnitte war für den Flecken **Manilius** der Winkel NPB, oder der Bogen NB . . . . . . | = | 68°. 2′ |
| ziehet man nun davon den Bogen NR ab; so bleibt die geographische Länge des **Manilius** RB | = | 9. 10 westl. |

Wenn man nach dieser Anweisung die Breite und Länge der Mondsflecken untersuchen und fest setzen will, so thut man wohl, wenn man dabey mehrere Beobachtungen zum Grunde leget, und das Mittel unter den herausgebrachten Längen und Breiten nimmt, um dadurch die Fehler, die sich durch die Beobachtungen darinnen einschleichen können, so viel zu verringern, als möglich ist. Zu einem Beyspiele dessen, und zugleich zu zeigen, wie sicher man sich hierzu meiner eigenen Beobachtungen, die ich oben mitgetheilet habe, bedienen könne, will ich die vorhin zur Bestimmung der Mondaxe gebrauchten Flecken **Manilius**, **Censorinus** und **Dionysius** anführen, und durch das folgende Verzeichniß vorstellen, wie groß ihre Länge und Breite aus jeder Beobachtung besonders heraus komme.

| Ordnung | Des Manilius Breite ° ′ | Länge ° ′ | Des Dionysius Breite ° ′ | Länge ° ′ | Des Censorinus Breite ° ′ | Länge ° ′ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 14.29.n. | 9.34.w. | | | | |
| 2 | 14.37 | 9. 3 | 3. 9.n. | 17.22.w. | 0. 1.n. | 33. 1.w. |
| 3 | 14.40 | 8.54 | | | 0.18.n. | 32.25 |
| 4 | 14.35 | 9.10 | | | | |
| 5 | 14.42 | 8.54 | | | | |
| 6 | 14.24 | 8.53 | 2.41 | 17.11 | 0.21.ſ. | 32.33 |
| 7 | 14.36 | 9.22 | | | 0.13.ſ. | 33.17 |
| 8 | 14.43 | 9.19 | 2.38 | 17.54 | 0. 5.ſ. | 33.32 |
| 9 | 14.26 | 8.54 | | | | |
| 10 | 14.31 | 8.50 | | | | |
| 11 | 14.38 | 9. 4 | 3. 7 | 17.14 | 0.15.n. | 32.39 |
| 12 | 14.31 | 8.43 | | | | |
| 13 | 14.41 | 8.52 | | | | |
| 14 | 14.44 | 9. 2 | | | | |
| 15 | 14.30 | 9.11 | | | | |
| 16 | 14.25 | 9.16 | | | 0.16.ſ. | 32.39 |
| 17 | 14.47 | 8.56 | 2.59 | 17.14 | 0. 2.n. | 32.34 |
| 18 | 14.17 | 9.16 | | | | |
| 19 | 14.39 | 8.23 | | | | |
| 20 | 14.40 | 8.39 | | | | |
| 21 | 14.26 | 9.11 | | | | |
| 22 | 14.24 | 9. 6 | 2.54 | 17.17 | 0.20.ſ. | 32.37 |
| 23 | 14.45 | 8.42 | 2.46 | 16.50 | 0.26.ſ. | 32.14 |
| 24 | 14.55 | 9. 6 | 3.11 | 17. 3 | 0. 2.n. | 32.29 |
| 25 | 14.42 | 9.26 | | | 0.13.ſ. | 32.57 |
| 26 | 14.18 | 9.14 | | | | |
| 27 | 14.30 | 9.10 | | | | |
| 28 | — — | — — | 2.47 | 17.28 | | |
| das Mittel | 14.34.n. | 9. 2.w. | 2.55.n. | 17.17.w. | 0. 6.ſ. | 32.45.w. |

Bisher habe ich nun gezeiget, wie man aus den Beobachtungen so wohl die Lage der Mondaxe, als auch die Länge und Breite der Flecken, finden könne. Es fehlte also zur Vollständigkeit dieser Abhandlung weiter nichts mehr, als noch ein Verzeichniß über die Längen und Breiten aller der vornehmsten Mondsflecken, und eine Anweisung, wie dadurch die Erscheinungen derselben auf der Mondscheibe, für eine jede gegebene Zeit, vorher zu bestimmen seyen. Weil aber diese Materie viel zu reiche ist, und mehr Zeit erfodert, als mir für dießmal übrig ist: So sehe ich mich genöthiget hier abzubrechen, und das übrige auf den nächsten Theil unserer Sammlungen zu verschieben.